

Základy piezoelektřiny

pro aplikace

Učební texty k semináři

Autoři:

Doc.Mgr. Jiří Erhart, Ph.D. (Technická univerzita v Liberci)

Datum:

2. prosince 2011

Centrum pro rozvoj výzkumu pokročilých řídicích a senzorických technologií CZ.1.07/2.3.00/09.0031

TENTO STUDIJNÍ MATERIÁL JE SPOLUFINANCOVÁN EVROPSKÝM SOCIÁLNÍM FONDEM A STÁTNÍM ROZPOČTEM ČESKÉ REPUBLIKY

OBSAH

Obsah1				
1.	Úvo	d	3	
	1.1.	Elektromechanické jevy	3	
	1.2.	Historie	5	
2.	Piez	oelektrické materiály	. 10	
	2.1.	Krystalické piezoelektrické materiály	. 10	
	2.2.	Keramické piezoelektrické materiály	. 11	
	2.3.	Piezoelektrické polymery	. 13	
3.	Piez	oelektrické rezonátory	. 15	
	3.1. vlastno	Piezoelektrické rezonátory používané pro rezonanční měř ostí	ení . 15	
	3.1.: móc	 Tloušťkově polarizovaná tyčinka kmitající podélnými kmity – 15 	k ₃₁	
	3.1.2	 Podélně polarizovaná tyčinka kmitající podélnými kmity– k₃₃ m 16 	۱ód	
	3.1.3 kmit	3. Tloušťkově polarizovaná tenká destička kmitající tloušťkovy ty – k _t mód	ými . 17	
	3.1.4	 Tloušťkově polarizovaný disk kmitající radiálními kmity – k_p m 18 	۱ód	
	3.1.! – k ₁₅	5. Podélně polarizovaná destička kmitající tloušťkově střižnými kn ₅ mód	nity . 19	
	3.2. dělenc	Piezoelektrický transformátor ve tvaru tenké tyčinky s elektroc ou na dvě části	dou . 20	
4.	Piez	oelektrické aktuátory	. 26	
	4.1.	Úvod	. 26	
	4.2.	Aktuátory využívající podélný mód	. 26	
	4.3.	Aktuátory využívající příčný mód	. 27	
5.	Závě	ěr	. 30	

Seznam použité literatury	31
Přílohy	

1. Úvod

Tato část obsahuje úvodní informace o elektromechanických jevech a jejich vlastnostech. Dále je popsána historie objevování piezoelektřiny.

1.1. Elektromechanické jevy

Elektromechanické jevy dávají dohromady některý z mechanických vlivů (deformaci nebo napětí) a elektrickou odezvu na tento mechanický jev. Mezi elektromechanické jevy patří především piezoelektřina, pyroelektřina, feroelektřina a elektrostrikce. Piezoelektrický jev spočívá v generaci elektrického náboje v odezvě na působící mechanické napětí (tzv. přímý jev), nebo v generaci mechanické deformace v odezvě na přiložené elektrické pole (tzv. obrácený jev). Tento jev a jeho vlastnosti můžeme velmi pěkně demonstrovat na běžně dostupné piezoelektrické membráně (unimorf) používané pro piezoelektrické sirénky [1]. Připojíme-li k této membráně dvě světlo-emitující (LED) diody, můžeme při lehkém prohnutí membrány jedním směrem pozorovat bliknutí jedné z diod, při uvolnění prohnutí pak blikne druhá z diod – obr.1.1. Co je příčinou rozsvícení diod?





Obrázek 1.1 LED diody zapojené na piezoelektrickou membránu, vlevo schéma zapojení.

Příčinou rozsvícení LED diod je elektrický náboj generovaný jako důsledek prohnutí piezoelektrické membrány, na niž je pevně připevněna piezoelektrická keramika. Při promáčknutí membrány dochází k mechanickému tlaku v piezoelektrické keramice a generaci náboje jednoho znamení (rozsvícení jedné z diod), při uvolnění tlaku pak dochází k mechanickému napětí opačného znamení a generaci náboje opačného znamení (rozsvícení druhé z diod). V látce vzniká působením mechanického tlaku elektrická polarizace, která je tomuto

tlaku přímo úměrná, jde o jev lineární. Piezoelektrické vlastnosti jsou omezeny pouze na látky s vnitřní anizotropií, celkem na 20 krystalografických tříd bez středu symetrie.

Předchůdcem piezoelektrického jevu byl *jev pyroelektrický*, známý ve svých projevech odedávna na krystalech turmalínu. Pyroelektrické vlastnosti spočívají v generaci elektrického náboje v odezvě na změnu teploty látky (přímý jev). K jevu existuje také obrácený jev (jev elektrokalorický), který se projevuje změnou entropie (teploty) látky při jejím vložení do elektrického pole. V látce vzniká změnou teploty elektrická polarizace úměrná změně teploty, jde také o lineární jev. Pyroelektřina je omezena na látky s vnitřní anizotropií, celkem tedy jen na 10 krystalografických tříd s jednou polární osou. Všechny látky pyroelektrické jsou současně také piezoelektrické.

Dalším ze skupiny elektromechanických jevů je *feroelektřina*. Tato vlastnost spočívá ve spontánní existenci elektrické polarizace látky, kterou lze vnějším elektrickým polem přeorientovat mezi několika rovnocennými směry. Lze tedy zjednodušeně feroelektrické látky charakterizovat jako pyroelektrické látky s přeorientovatelnou spontánní polarizací. Požadavek na anizotropii feroelektrických látek je tak stejný jako pro pyroelektrické látky, musí však polarizace existovat spontánně bez působení vnějších vlivů. Všechny feroelektrické látky jsou současně pyroelektrické i piezoelektrické.

Hierarchie elektromechanických jevů je patrná z množinového diagramu – obr. 1.2. Rodina jevů ve vázaných polích mezi mechanickými, elektrickými a tepelnými poli je tradičně přehledně zobrazována v tzv. Heckmannově diagramu – obr. 1.3.

Konečně pak vzpomeňme *elektrostrikční jev*, který spočívá v generaci mechanické deformace v odezvě na působící elektrické pole. Tento jev je vlastní všem látkám bez omezení jejich krystalografické symetrie, jen v některých látkách má však nějakou měřitelnou velikost. Na rozdíl od výše zmiňovaných jevů jde ale o jev kvadratický.

4



Obrázek 1.2 Hierarchie elektromechanických jevů.



Obrázek 1.3 Heckmannův diagram [2].

1.2. Historie

Odedávna byl znám jev, kdy při ochlazování krystalů turmalínu (obr. 1.4) v horkém popelu docházelo k přitahování částic popela k jednomu konci krystalu a odpuzování na druhém konci. Proto byl turmalín (sumární chemická formule (Na,Ca)(Mg,Fe)₃B₃Al₆Si₆(O,OH,F)₃₁) nazván lapis electricus.



Obrázek 1.4 Krystal turmalínu [3].

Krystaly turmalínu i křemene přiváželi do Evropy od 17. století holandští kupci z nalezišť na Cejlonu. Franz Ulrich Theodor Aepinus si pak koncem 18. století uvědomil, že tento jev má polární povahu. Podle řeckého slova pyros=oheň nazval tento jev D.Brewster v roce 1824 pyroelektřinou.

Zakrátko potom v roce 1828 provedl první kvantitativní měření pyroelektrických vlastností A.C.Becquerel, dědeček pozdějšího objevitele radioaktivity H.Becquerela. První teorie se pyroelektřina dočkala v roce 1878, kdy Lord Kelvin vysvětlil jev pomocí změny spontánní polarizace s teplotou.

Piezoelektřina byla objevena v roce 1880 bratry Jacquesem a Pierrem Curie (obr. 1.5), kteří zatěžovali krystaly turmalínu mechanickým tlakem a měřili vznikající náboj (tzv. přímý jev). Jev byl ovšem nazván piezoelektřinou až později podle řeckého slova piedzó=tlačit. Bratři Curieovi referovali o jevu na zasedání Mineralogické společnosti a před Akademií věd 8.4.1880 a 24.8.1880. Během následujících měsíců byl teoreticky předpovězen J.G.Lippmanem i obrácený jev, který následně bratři Curieové experimentálně prokázali.

První publikace o piezoelektrickém jevu pocházejí z roku 1880 pro přímý jev:

Curie J., Curie P., Développement, par pression, de l'électricité polaire dans les cristaux hémièdres à faces inclinées. Comptes rendus de l'Académie des Sciences 1880; 91: 294; 383.

a z roku 1881 pro obrácený jev:

Curie J., Curie P., Contractions et dilatations produites par des tensions électriques dans les cristaux hémièdres à faces inclinées. Comptes rendus de l'Académie des Sciences 1881; 93: 1137-1140.



Obrázek 1.5 Pierre Curie (1859-1906, vlevo) a Paul-Jacques Curie (1856-1941) [3].

Bratři Curieovi zároveň objevili základní zákony, kterými se jev řídí:

- Elektrický náboj je přímo úměrný působícímu tlaku, náboj nezávisí na délce krystalu, ale jen na velikosti ploch.
- Jev existuje díky anizotropii krystalu (existence polárních os), amorfní látky vlastnost nemají.



Obr. 2,5. Vznik nábojů: a) při stlačení a b) při roztažení elementární krystalové křemenné buňky.

Obrázek 1.6 Vznik elektrické polarizace při stlačení krystalu křemene podél polární osy [4].

Navrhli také molekulární vysvětlení jevu spočívající ve vzniku elektrické polarizace v krystalech bez středu symetrie tím, že se při působení mechanického tlaku podél polární osy mění těžiště uspořádání kladných a

záporných nábojů a vytváří se elektrický dipól (obr. 1.6). Toto vysvětlení je dodnes platné, i když bylo omezeno na křemen a jeho specifickou krystalovou strukturu. První zcela obecnou teorii piezoelektrického jevu navrhl Woldemar Voigt v roce 1890, kdy pro popis anizotropního prostředí vyvinul tenzorový počet. První aplikací piezoelektřiny pak byl elektrometr, který kompenzačně dokázal měřit velmi malé náboje, a byl použit manželkou Pierra Curie - pozdější nositelkou dvou Nobelových cen Marií Skłodowskou-Curie při studiu radioaktivního rozpadu látek.



Obrázek 1.7 Joseph Valasek (1897-1993) [3].

Studium piezoelektřiny pokračovalo na dalších látkách, až byla v roce 1921 Josephem Valaskem (obr. 1.7) objevena na piezoelektrickém krystalu Seignetteovy soli feroelektřina. Valasek poprvé pozoroval při chování krystalu v elektrickém poli hysterezní smyčku - obr. 1.8 [5].



Obrázek 1.8 Hysterezní smyčka Seignetteovy soli – bezvodý krystal, 0°C [5].

Aplikace piezoelektrického jevu následovaly především v předchůdci dnešních sonarů, který byl vyvinut francouzským fyzikem Paulem Langevinem koncem první světové války na zjišťování německých ponorek. Dále pak ve využití křemenných rezonátorů pro stabilizaci kmitočtu rezonančního obvodu (W.G. Cady, 1921, první standard frekvence, US National Bureau of Standards) a v použití křemenného rezonátoru ve tvaru ladičky pro měření času (W.P.Mason, quartzové hodinky, [6]).



Obrázek 1.9 Paul Langevin (1872-1946), Warren Perry Mason (1900-1986), Walter Guyton Cady (1874-1974) - zleva doprava [3].

2. PIEZOELEKTRICKÉ MATERIÁLY

Tato část stručně popisuje hlavní piezoelektrické materiály a jejich vlastnosti. Nejdůležitějšími používanými materiály jsou krystalický křemen, krystaly LiNbO₃ a LiTaO₃, piezoelektrická keramika PZT a feroelektrický polymer PVDF.

2.1. Krystalické piezoelektrické materiály

Jedním z vůbec prvních studovaných piezoelektrických krystalů byl krystal křemene (SiO₂), za pokojové teploty existující v tzv. α -fázi. Je dodnes využíván pro svoje vlastnosti, jako je chemická odolnost, jednoduchá struktura, velký koeficient mechanické jakosti, nízká permitivita atd. Křemen je základem převodníků mechanických veličin (síla, zrychlení, tlak v senzorech např. firmy Kistler AG, Švýcarsko) nebo křemenných rezonátorů (např. firmy Krystaly a.s., Hradec Králové). Protože teplota fázového přechodu do β -fáze je poměrně nízká (573°C), zkoumají se krystaly s křemenem izomorfní jako je přírodní α -Berlinite (AlPO₄) nebo uměle pěstované Galium Orthophosphate (GaPO₄), Langasite (La₃Ga₅SiO₁₄), Langatite (La₃Ga_{5.5}Ta_{0.5}O₁₄), Langanite (La₃Ga_{5.5}Nb_{0.5}O₁₄).

Dalším z komerčně pěstovaných krystalů jsou krystaly Lithium Niobate (LiNbO₃) a Lithium Tantalate (LiTaO₃), které byly objeveny v 60. letech 20. století. Používají se hlavně v optice pro přípravu periodicky pólovaných optických struktur pro generaci vyšších harmonických frekvencí světla a potom také jako materiály pro rezonátory na objemových (BAW) či povrchových vlnách (SAW).

Mezi dalšími krystalickými materiály používanými pro své piezoelektrické vlastnosti uveď me ještě Lithium Tetraborate (Li₂B₄O₇) a různé krystaly s perovskitovou strukturou - Lead Titanate (PbTiO₃), Barium Titanate (BaTiO₃), Potassium Niobate (KNbO₃). Zvláštní skupinou velmi studovaných a aplikovaných perovskitových krystalů tvoří tuhé roztoky – (1-x) Pb(Mg_{1/3}Nb_{2/3})O₃ – xPbTiO₃ (PMN-PT), (1-x) Pb(Zn_{1/3}Nb_{2/3})O₃ – xPbTiO₃ (PZN-PT) a dalších materiálů. V těchto feroelektrických látkách se speciálním

procesem jejich polarizace podařilo vytvořit stabilní doménovou strukturu, která spolu s extrémní anizotropií piezoelektrického koeficientu dává dosud největší známé piezoelektrické koeficienty. Tyto látky jsou dnes komerčně dostupné a jsou používány všude, kde je velký piezoelektrický koeficient (až 2500pC/N) a velký koeficient elektromechanické vazby (až 95%) výhodou, tj. např. pro diagnostické lékařské ultrazvukové sondy.

2.2. Keramické piezoelektrické materiály

světové válce že Po druhé bylo ziištěno, ve feroelektrických polykrystalických látkách je možno vytvořit anizotropii pomocí uspořádání elektrické polarizace v jednotlivých zrnech v silném elektrickém poli. V polykrystalických materiálech se symetrickými zrnky, kde díky jejich tvaru a náhodné orientaci jsou piezoelektrické příspěvky jednotlivých zrnek vystřeďovány, se tak otevřela možnost jejich použití jako piezoelektrických látek. Nezávisle na krystalografické symetrii jednotlivých zrnek, má piezoelektrická keramika symetrii limitní třídy ∞mm.



Obrázek 2.1 Stavový diagram PZT keramiky s vyznačením orientací feroelektrických doménových stavů v jednotlivých fázích [7].

Prvním piezoelektrickým keramickým materiálem byl titaničitan barnatý (BaTiO₃), který byl však záhy doplněn zvláště tuhým roztokem titaničitanu olovnatého (PbTiO₃) a zirkoničitanu olovnatého (PbZrO₃), tzv. keramikou PZT. Stavový diagram s morfotropní fázovou hranicí viz obr. 2.1. Na této hranici koexistují dvě feroelektrické fáze látky (tetragonální pro vyšší koncentrace titaničitanu a trigonální pro vyšší koncentrace zirkoničitanu). K dispozici je tak 8 doménových stavů v trigonální fázi a 6 doménových stavů v tetragonální fázi. Keramika se složením v blízkosti morfotropní fázové hranice pak vyniká dobrou polarizovatelností a zvýšenými piezoelektrickými vlastnostmi. PZT keramika je dnes nejvíce používaným piezoelektrickým keramickým materiálem. Prvky z PZT keramiky se řežou a brousí diamantovými nástroji do nejrůznějších tvarů, pokovují se stříbrnou pastou nebo jiným materiálem elektrod a používají v ultrazvukové technice (svařování, čištění, diagnostika), jako rezonátory atd. – viz obr. 2.2.



Obrázek 2.2 Prvky z PZT keramiky. Publikováno s laskavým svolením firmy APC International, Ltd., Mackeyville, PA, USA.

Anizotropii je možno v keramickém materiálu vytvářet také pomocí textury jednotlivých zrn (zrna ve tvaru destiček, tyčinek, whiskerů atd.), jejich preferované orientace při přípravě keramického materiálu atd. [8].

Dalšími keramickými materiály jsou látky založené na systémech BaTiO₃, PbTiO₃, Bi₄Ti₃O₁₂, PbNb₂O₆ a jejich tuhých roztocích. Vlastnosti piezoelektrické keramiky se také upravují dopováním různými prvky.

2.3. Piezoelektrické polymery

V roce 1969 byla objevena piezoelektřina také v polymerních látkách a to v polyvinyldifluoretylenu (PVDF) – H.Kawai [9]. Zde je pro piezoelektřinu potřebné anizotropie dosaženo vhodným uspořádáním polymerních jednotek v tzv. β -fázi, kdy jsou všechny koncové atomy fluoru orientovány stejným směrem – obr. 2.3.



Obrázek 2.3 Struktura β-fáze polymeru PVDF.

Část polymeru se nachází ve formě krystalků, část potom ve formě amorfních řetězců proplétajících zrna krystalické fáze. A právě krystalická fáze je důležitá pro piezoelektrické vlastnosti. Později bylo objeveno, že polymer PVDF je také feroelektrický a lze ho polarizovat silným elektrickým polem samostatně, nebo v kombinaci se současným jednosměrným mechanickým natažením. Pro zvýšení podílu krystalické fáze se polymer PVDF kopolymeruje s trifluoretylenem – P(VDF-TrFE).



Obrázek 2.4 Heiji Kawai (1910-?), Eiichi Fukada (1922).

Piezoelektrické vlastnosti byly objeveny (E.Fukada) také v suché kosti a v dalších biologických materiálech jako je kolagen, DNA, RNA atd. Polymerní piezoelektrické látky se používají spolu s elektrety jako membrány pro mikrofony. Výtečných piezoelektrických vlastností bylo dosaženo v bublinkovém polypropylenu, kde byly bublinky plněny inertním plynem (např. Ar, N) a polarizovány v silném elektrickém poli. Náboj vzniklý polarizací uvnitř bublinek vytváří dlouhodobě existující dipólové momenty, které se podílejí na vzniku anizotropie polymeru a tím na jeho piezoelektrických vlastnostech.



Obrázek 2.5 Nejběžnější typy piezoelektrických kompozitů. Čísly je označen počet dimenzí ve kterých je spojitá první a druhá složka [2].

Piezoelektrické polymery jsou také častou součástí piezoelektrických kompozitů, kde se využívá kombinace vlastností jednotlivých složek. Je-li např. jedna ze složek piezoelektrická keramika pevně na rozhraních propojená s polymerem, lze zlepšit hydrostatický piezoelektrický koeficient výsledného kompozitu vůči vlastnostem jednotlivých složek. Kompozity se nejčastěji připravují ve formě tyčinek, destiček nebo zrn piezoelektrické složky v polymerní matrici – obr. 2.5.

3. PIEZOELEKTRICKÉ REZONÁTORY

V této části je popsán příklad výpočtu vlastností piezoelektrických rezonátorů používaných pro rezonanční měření piezoelektrických koeficientů, je uveden přehled impedancí/admitancí těchto rezonátorů. Dále je uveden příklad výpočtu parametrů piezoelektrického transformátoru pro tyčinku s elektrodou dělenou na dvě části.

3.1. Piezoelektrické rezonátory používané pro rezonanční měření vlastností

Pro měření piezoelektrických koeficientů piezoelektrické keramiky se používá několika specifických tvarů piezoelektrických rezonátorů, které vyjmenovává piezoelektrický standard [10]. Tyto rezonátory mají díky svému tvaru a umístění elektrod jednorozměrná řešení pohybové a Maxwellovy rovnice. Z měření elektrické impedance nebo admitance jako funkce frekvence lze identifikovat jejich nuly a póly (rezonanční a antirezonanční frekvence). Pomocí rezonanční, antirezonanční frekvence a statické nebo dynamické kapacity lze vypočítat koeficienty elektromechanické vazby, elastický koeficient (modul nebo poddajnost podle módu kmitu) a piezoelektrickou konstantu. Pro tato měření se s výhodou používá tloušťkově polarizované tyčinky kmitající podélně, podélně polarizované tyčinky kmitající podélně, tloušťkově polarizované destičky kmitající tloušťkově, tloušťkově polarizovaného disku kmitajícího radiálně a podélně polarizované destičky kmitající tloušťkově střižně.

3.1.1. Tloušťkově polarizovaná tyčinka kmitající podélnými kmity – k₃₁ mód

Napěťový systém v tomto případě rezonátoru tvoří jednorozměrné mechanické napětí podél délky tyčinky, tj. $T_1 \neq 0, T_{\mu} = 0$. Admitanci tloušťkově polarizované tyčinky kmitající příčně podélnými kmity lze vypočíst

$$Y = j\omega C_0 \left[1 - k_{31}^2 + k_{31}^2 \frac{\tan(\eta)}{\eta} \right],$$

kde $\eta = 2\pi f l \sqrt{\rho s_{11}^E}$ je vlnový vektor a $C_0 = \varepsilon_{33}^T \frac{2lw}{t}$ statická kapacita vzorku o délce 2*l*, šířce 2*w* a tloušťce 2*t*.



Obrázek 3.1 Tloušťkově polarizovaná podélně kmitající tyčinka

Admitance je charakterizována elektromechanických faktorem definovaným jako

$$k_{31}^{2} = \frac{d_{31}^{2}}{s_{11}^{E}\varepsilon_{33}^{T}}.$$

Rezonanční frekvenci vyjádříme z podmínky $Y \rightarrow \infty$

 $\tan(\eta_r) \to \infty,$

antirezonanční frekvenci pak z podmínky $Y \rightarrow 0$

$$1 - k_{31}^2 + k_{31}^2 \frac{\tan(\eta_a)}{\eta_a} = 0.$$

3.1.2. Podélně polarizovaná tyčinka kmitající podélnými kmity– k₃₃ mód

Napěťový systém v tomto případě rezonátoru tvoří jednorozměrné mechanické napětí podél délky tyčinky, tj. $T_3 \neq 0, T_{\mu} = 0$. Impedanci podélně polarizované tyčinky kmitající podélnými kmity lze vypočíst

$$Z = \frac{1}{j\omega C_0 \left(1 - k_{33}^2\right)} \left[1 - k_{33}^2 \frac{\tan(\eta)}{\eta} \right],$$

kde $\eta = 2\pi f l \sqrt{\rho s_{33}^{D}}$ je vlnový vektor a $C_0 = \varepsilon_{33}^T \frac{2lw}{t}$ statická kapacita vzorku o délce 2*l*, šířce 2*w* a tloušťce 2*t*.



Obrázek 3.2 Podélně polarizovaná podélně kmitající tyčinka

Impedance je charakterizována elektromechanických faktorem definovaným jako

$$k_{33}^{2} = \frac{d_{33}^{2}}{s_{33}^{E} \varepsilon_{33}^{T}}.$$

Rezonanční frekvenci vyjádříme z podmínky $Z \rightarrow 0$

 $\tan(\eta_r) = \frac{1}{k_{33}^2} \eta_r,$

antirezonanční frekvenci pak z podmínky $Z \rightarrow \infty$

 $\tan(\eta_a) \to \infty .$

3.1.3. *Tloušťkově polarizovaná tenká destička kmitající tloušťkovými kmity – kt mód*

Napěťový systém v tomto případě rezonátoru tvoří jednorozměrné mechanické napětí podél tloušťky destičky, tj. $T_1, T_2, T_3 \neq 0, T_{\mu} = 0, S_3 \neq 0, S_{\mu} = 0$. Impedanci tloušťkově polarizované tenké destičky kmitající tloušťkovými kmity lze vypočíst

$$Z = \frac{1}{j\omega C_0} \left[1 - k_t^2 \frac{\tan(\eta)}{\eta} \right].$$

kde $\eta = 2\pi f t \sqrt{\frac{\rho}{c_{33}^D}}$ je vlnový vektor a $C_0 = \varepsilon_{33}^S \frac{2lw}{t}$ dynamická kapacita vzorku o délce 2*l*, šířce 2*w* a tloušťce 2*t*.

17



Obrázek 3.3 Tloušťkově polarizovaná destička kmitající tloušťkovými kmity

Impedance je charakterizována tloušťkovým elektromechanickým faktorem definovaným jako

$$k_t^2 = \frac{e_{33}^2}{c_{33}^D \varepsilon_{33}^S}.$$

Rezonanční frekvenci vyjádříme z podmínky $Z \rightarrow 0$

$$\tan(\eta_r) = \frac{1}{k_t^2} \eta_r,$$

antirezonanční frekvenci pak z podmínky $Z \rightarrow \infty$

$$\tan(\eta_a) \to \infty .$$

3.1.4. Tloušťkově polarizovaný disk kmitající radiálními kmity – k_p mód

Napěťový systém v tomto případě rezonátoru tvoří jednorozměrné radiální mechanické napětí, tj. $T_r \neq 0, T_{\mu} = 0$ (ve válcových souřadnicích). Admitanci tloušťkově polarizovaného disku kmitající radiálními kmity lze vypočíst [11]

$$Y = j\omega C_0 \left[2(k^P)^2 \frac{J_1(\eta)}{(1 - \sigma^P)J_1(\eta) - \eta J_0(\eta)} - 1 \right],$$

kde $\eta = 2\pi fr \sqrt{\frac{\rho}{c_{11}^{P}}}$ je vlnový vektor, J_0 a J_1 Besselovy funkce a $C_0 = \frac{\pi r^2 \varepsilon_{33}^{P}}{2t}$ statická kapacita vzorku o průměru 2r a tloušťce 2t. Planární veličiny jsou definovány

$$c_{11}^{P} = c_{11}^{E} - \frac{\left(c_{13}^{E}\right)^{2}}{c_{33}^{E}}, \quad c_{12}^{P} = c_{12}^{E} - \frac{\left(c_{13}^{E}\right)^{2}}{c_{33}^{E}}, \quad \sigma^{P} = \frac{c_{12}^{P}}{c_{11}^{P}}$$

$$\varepsilon_{33}^{P} = \varepsilon_{33}^{T} \left(1 - k_{p}^{2}\right), \quad e_{31}^{P} = \frac{d_{31}}{s_{11}^{E} + s_{12}^{E}}, \quad \left(k^{P}\right)^{2} = \frac{2\left(e_{31}^{P}\right)^{2}}{c_{11}^{P}\varepsilon_{33}^{P}}$$

$$v_{33}^{P} = \frac{x_{33}^{T}}{c_{11}^{P}\varepsilon_{33}^{P}}$$

Obrázek 3.4 Tloušťkově polarizovaný tenký disk kmitající radiálně

Admitance je charakterizována elektromechanických faktorem definovaným jako

$$k_{p}^{2} = \frac{2d_{31}^{2}}{\varepsilon_{33}^{T}\left(s_{11}^{E} + s_{12}^{E}\right)}, \quad \left(k^{p}\right)^{2} = \left(\frac{1+\sigma^{P}}{2}\right)\left(\frac{k_{p}^{2}}{1-k_{p}^{2}}\right).$$

Rezonanční frekvenci vyjádříme z podmínky $Y \rightarrow \infty$

$$\frac{\eta_r J_0(\eta_r)}{J_1(\eta_r)} = 1 - \sigma^p,$$

antirezonanční frekvenci pak z podmínky $Y \rightarrow 0$

$$2(k^{P})^{2} \frac{J_{1}(\eta_{a})}{(1-\sigma^{P})J_{1}(\eta_{a}) - \eta_{a}J_{0}(\eta_{a})} - 1 = 0.$$

3.1.5. Podélně polarizovaná destička kmitající tloušťkově střižnými kmity – k_{15} mód

Napěťový systém v tomto případě rezonátoru tvoří jednorozměrné mechanické smykové napětí podél délky a tloušťky destičky, tj. $T_5 \neq 0$, $T_{\mu} = 0$. Impedanci podélně polarizované tenké destičky kmitající tloušťkově střižnými kmity lze vypočíst

$$Z = \frac{1}{j\omega C_0} \left[1 - k_{15}^2 \frac{\tan(\eta)}{\eta} \right].$$

kde $\eta = 2\pi f t \sqrt{\rho s_{55}^D}$ je vlnový vektor a $C_0 = \varepsilon_{11}^S \frac{2lw}{t}$ dynamická kapacita vzorku o délce 2*l*, šířce 2*w* a tloušťce 2*t*.





Impedance je charakterizována střižným elektromechanickým faktorem definovaným jako

$$k_{15}^{2} = \frac{d_{15}^{2}}{s_{55}^{E} \varepsilon_{11}^{T}}.$$

Rezonanční frekvenci vyjádříme z podmínky $Z \rightarrow 0$

$$\tan(\eta_r) = \frac{1}{k_{15}^2} \eta_r$$

antirezonanční frekvenci pak z podmínky $Z \rightarrow \infty$

 $\tan(\eta_a) \to \infty \ .$

3.2. Piezoelektrický transformátor ve tvaru tenké tyčinky s elektrodou dělenou na dvě části

Tyčinkový transformátor je navržen s jednou elektrodou plnou a druhou dělenou na dvě části obecně rozdílných délek. Tyčinka je tenká s příčným i tloušťkovým rozměrem podstatně menším než je délka tyčinky. Souřadný systém je volen s počátkem ve středu tyčinky, souřadné osy směřují podél délky, šířky a tloušťky tyčinky – viz obr. 3.6.



Obrázek 3.6 Tyčinkový piezoelektrický transformátor s elektrodou dělenou na dvě části

Polarizovaná piezoelektrická keramika je popsána tenzory elektromechanických vlastností o limitní symetrii ∞*mm*

$$\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix},$$

$$(3.1)$$

kde $s_{66} = 2(s_{11} - s_{12})$, $d_{i\alpha}$ je piezoelektrický nábojový koeficient, $s_{\alpha\beta}$ elastická poddajnost a ε_{ij} dielektrická permitivita. Stavové rovnice mají pro nezávislé veličiny tlak a elektrickou intenzitu tvar

$$S_{ij} = s_{ijkl}^{E} T_{kl} + d_{kij} E_{k} , \qquad (3.2a)$$

$$D_i = d_{ikl}T_{kl} + \varepsilon_{ik}^T E_k , \qquad (3.2b)$$

kde je mechanická deformace a intenzita elektrického pole definována pomocí derivací složek posunutí u_i a elektrického potenciálu Φ

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(u_{i,j} + u_{j,i} \right)$$
(3.3)

$$E_k = -\Phi_{,k} \tag{3.4}$$

Systém mechanických napětí obsahuje vzhledem ke tvaru tyčinky pouze jedinou nenulovou složku $T_1 \neq 0$, jinak je $T_{\alpha} = 0$ pro $\alpha = 2,3,...,6$. Elektrické pole je aplikováno skrze napětí na elektrodách (viz obr. 3.6) a má tedy také jen jedinou nenulovou složku $E_3 \neq 0, E_1 = E_2 = 0$. Vstupní elektroda je tvořena jedním segmentem, který vytváří v keramice intenzitu elektrického pole

$$E_{3}^{(1)} = -\frac{U_{1}}{b}e^{j\omega t}, \qquad (3.5)$$

Výstupní napětí $U_2 e^{j\omega t}$ generované piezoelektricky ve výstupním segmentu elektrod dává intenzitu elektrického pole ve výstupním segmentu piezoelektrické keramiky

$$E_3^{(2)} = -\frac{U_2}{b} e^{j\omega t} \,. \tag{3.6}$$

Za těchto předpokladů řešíme pohybovou rovnici

$$\rho u_{j}^{(i)} = T_{jk,k}^{(i)}, \quad j = 1, 2, 3, i = 1, 2,$$
(3.7)

spolu s Maxwellovou rovnicí (pro látku bez volných nosičů náboje)

$$D_{k,k}^{(i)} = 0, \ i = 1,2.$$
 (3.8)

Stavové rovnice pro piezoelektrickou látku se redukují v našem případě na rovnice

$$S_1^{(i)} = u_{1,1}^{(i)} = s_{11}^E T_1^{(i)} + d_{31} E_3^{(i)}$$
(3.9a)

$$D_3^{(i)} = d_{31}T_1^{(i)} + \varepsilon_{33}^T E_3^{(i)}, \ i = 1,2$$
 (3.9b)

stejného tvaru v obou segmentech piezoelektrického transformátoru (PT). Protože je intenzita elektrického pole $E_3^{(i)}$ a mechanické posunutí $u_1^{(i)}$ nezávislé na souřadnici x_3 , je po dosazení ze stavové rovnice (3.9b) do Maxwellových rovnic (3.8)

$$D_{3,3}^{(i)} = 0 = \frac{d_{31}}{s_{11}^E} u_{1,13}^{(i)} + \left(\varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E}\right) E_{3,3}^{(i)}, \quad i = 1, 2.$$
(3.10)

tato rovnice triviálně splněna. Dosadíme-li do stavové rovnice (3.7) z rovnice (3.9a), dostáváme pohybovou rovnici ve tvaru vlnové rovnice

$$u_1^{(i)} = \frac{1}{\rho s_{11}^E} u_{1,11}^{(i)}, \quad i = 1, 2,$$
(3.11)

s vlnovým vektorem $k = 2\pi f \sqrt{\rho s_{11}^E}$. Obecné řešení vlnové rovnice je kombinací dvou harmonických vln

$$u_1^{(i)}(x_1,t) = [A^{(i)}\sin(kx_1) + B^{(i)}\cos(kx_1)]e^{j\omega t}, \quad i = 1,2,$$
(3.12)

Integrační konstanty A⁽ⁱ⁾ a B⁽ⁱ⁾ pak musejí být vyjádřeny z okrajových podmínek. Tyto podmínky zahrnují mechanicky volné okraje PT a spojitost mechanických napětí a posunutí na rozhraní mezi vstupním a výstupním segmentem PT.

$$x_1 = -l_1 \qquad T_1^{(1)} = 0$$
 (3.13a)

$$x_1 = 0$$
 $T_1^{(1)} = T_1^{(2)}, u_1^{(1)} = u_1^{(2)}$ (3.13b)

$$x_1 = +l_2$$
 $T_1^{(2)} = 0$ (3.13c)

Dosazením řešení (3.12) do okrajových podmínek (3.13a)-(3.13c) dostáváme pro integrační konstanty

$$A^{(1)} = \frac{d_{31}U_1}{kb} \frac{\sin(kl_2) + \sin(kl_1)\cos(kl_2)}{\sin[k(l_1 + l_2)]} + \frac{d_{31}U_2}{kb} \frac{\sin(kl_1)[1 - \cos(kl_2)]}{\sin[k(l_1 + l_2)]}$$
(3.14a)

$$A^{(2)} = \frac{d_{31}U_1}{kb} \frac{\sin(kl_2)[1 - \cos(kl_1)]}{\sin[k(l_1 + l_2)]} + \frac{d_{31}U_2}{kb} \frac{\sin(kl_1) + \sin(kl_2)\cos(kl_1)}{\sin[k(l_1 + l_2)]}$$
(3.14b)

$$B^{(1)} = B^{(2)} = \frac{d_{31}U_1}{kb} \frac{\cos(kl_2)[1 - \cos(kl_1)]}{\sin[k(l_1 + l_2)]} - \frac{d_{31}U_2}{kb} \frac{\cos(kl_1)[1 - \cos(kl_2)]}{\sin[k(l_1 + l_2)]}$$
(3.14c)

Elektrické parametry PT vypočteme vyjádřením posuvného proudu *I*₁ vstupním a *I*₂ výstupním segmentem PT

$$I_{1} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{-w/2 - l_{1}}^{+w/2} \int_{0}^{0} D_{3}^{(1)} dx_{1} dx_{2} \right)$$
(3.15a)

$$I_{2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{-w/2}^{+w/2+l_{2}} D_{3}^{(2)} dx_{1} dx_{2} \right)$$
(3.15b)

Dále použijeme stejné notace jako v [12] a vyjádříme

$$U_2 = \Gamma_1 U_1 - Z_2 I_2, \tag{3.16}$$

$$I_1 = -\frac{U_1}{Z_1} + \Gamma_2 I_2, \tag{3.17}$$

kde Z_1 , Z_2 , Γ_1 a Γ_2 jsou komplexní funkce frekvence, rozměrů PT, elektromechanických vlastností piezoelektrické keramiky a její hustoty ρ . Dostáváme

$$\frac{1}{Z_2} = -j\omega \left(\varepsilon_{33}^T \frac{l_2 w}{b} \right) \left\{ 1 - k_{31}^2 + k_{31}^2 \frac{2\cos(kl_1)[1 - \cos(kl_2)] + \sin(kl_1)\sin(kl_2)}{kl_2\sin[k(l_1 + l_2)]} \right\}$$

$$\Gamma_{1} = -j\omega Z_{2} \left(\varepsilon_{33}^{T} \frac{l_{2}w}{b} \right) \left\{ k_{31}^{2} \frac{[1 - \cos(kl_{1})][1 - \cos(kl_{2})]}{kl_{2} \sin[k(l_{1} + l_{2})]} \right\}$$
(3.18b)

$$\frac{1}{Z_{1}} = -j\omega \left(\varepsilon_{33}^{T} \frac{l_{1}w}{b} \right) \left\{ 1 - k_{31}^{2} + k_{31}^{2} \frac{2\cos(kl_{2})[1 - \cos(kl_{1})] + \sin(kl_{1})\sin(kl_{2})}{kl_{1}\sin[k(l_{1} + l_{2})]} \right\} + j\omega \Gamma_{1} \left(\varepsilon_{33}^{T} \frac{l_{1}w}{b} \right) \left\{ k_{31}^{2} \frac{[1 - \cos(kl_{1})][1 - \cos(kl_{2})]}{kl_{1}\sin[k(l_{1} + l_{2})]} \right\}$$

$$(3.18c)$$

$$\Gamma_{2} = j\omega Z_{2} \left(\varepsilon_{33}^{T} \frac{l_{1}w}{b} \right) \left\{ k_{31}^{2} \frac{[1 - \cos(kl_{1})][1 - \cos(kl_{2})]}{kl_{1} \sin[k(l_{1} + l_{2})]} \right\}$$
(3.18d)

Výstupní proud PT lze vyjádřit pomocí impedanční zátěže *Z*_L ve výstupním obvodu

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_L},$$
 (3.19)



a transformační poměr po kombinaci rovnic (3.16) a (3.19) jako



Obrázek 3.7 Transformační poměr tyčinkového piezoelektrického transformátoru s elektrodou dělenou na dvě části pro $I_1/I=0.62$.

Na obr. 3.7 vidíme příklad výpočtu transformačního poměru pro tyčinkový transformátor dělený na dvě části pro $I_1/I=0.62$, $I=I_1+I_2$.

4. PIEZOELEKTRICKÉ AKTUÁTORY

V této části je stručně popsáno použití piezoelektrického jevu na aktuační funkce. Vedle základních fyzikálních a operačních principů jsou zmíněny konkrétní typy mnohovrstvých a ohybových aktuátorů jako bimorfy a unimorfy, Helimorph, Thunder, Moonie a cymbal.

4.1. Úvod

Obrácený piezoelektrický jev je vhodný pro aktuační funkce. Vzhledem k velké citlivosti jevu (typické rozlišení při použití PZT keramiky je posuv řádu 10⁻¹⁰m/V) je možné jev využít pro aktuaci optických prvků, jemné a přesné posuvy v textilních pletacích strojích, čtečkách čárkových kódů, vstřikování paliva do motorů atd. Vzhledem ke struktuře piezoelektrických koeficientů keramiky, jsou k dispozici tři různé módy – podélný, příčný a střižný – obr. 4.1.



Obrázek 4.1 Aktuační módy piezoelektrické keramiky.

Pro porovnání parametrů výchylka vs. blokovací síla pro jednotlivé aktuátory viz obr. 4.2. Střižných aktuátorů se příliš nepoužívá, případně pro velmi speciální aplikace. Přehled piezoelektrických aktuátorů viz např. [14].

4.2. Aktuátory využívající podélný mód

V podélném módu se nejčastěji využívají aktuátory sestavené z mnohovrstvé PZT keramiky. Tenké vrstvičky keramiky (tloušťky vrstev řádu 10⁻⁵m) umožňují dosahovat mnohem větších elektrických polí při aplikaci menšího napětí (řádu 100V) než objemová keramika a tím pak větších výchylek. Mnohovrstvé

aktuátory (obr.4.3) obvykle dosahují malých výchylek v rozsahu 1-100µm avšak se značnými silami 1-100kN. Pro redukci síly a zesílení posunutí se prvky mohou opatřovat zesilujícími pákovými mechanismy, nebo hydraulickými převody.



Obrázek 4.2 Porovnání parametrů jednotlivých aktuátorů [13].



Obrázek 4.3 Mnohovrstvé aktuátory – vlevo aktuátor firmy Noliac A/S, Dánsko [15], vpravo aktuátor firmy Cedrat Technologies, Francie [16] opatřený pákovým mechanismem zesilujícím výchylku v příčném směru.

4.3. Aktuátory využívající příčný mód

V příčném módu se nejvíce používají ohybové struktury charakterizované velkou výchylkou 1-10mm, ale silami většinou jen do 1N. Tyto prvky jsou dnes k dispozici v nejrůznějších tvarech a provedeních počínaje bimorfy a unimorfy [17] (PZT keramika + plech), THUNDER[®] aktuátory [18, 19], aktuátorem HELIMORH[®] [20], kompozitními prvky typu moonie nebo cymbal [21].



Obrázek 4.4 Piezoelektrický bimorf – Stripe Actuator® [17]



Obrázek 4.5 Aktuátory unimorf [17], HELIMORPH[®] [20] a THUNDER[®] [18] - postupně zleva.

Unimorfy a bimorfy se vyrábějí lepením keramické vrstvy na mosazný plech pomocí akrylátových lepidel. V technologii THUNDER[®] je velmi pevný spoj lepen za vyšší teploty polyimidovým lepidlem, což vede po ochlazení a vytvrzení lepidla k typickému prohnutému tvaru. Využije se tak mechanického předepnutí keramické vrstvy kovovou membránou a možnosti větší síly za současného zachování velké výchylky aktuátoru. Technologie HELIMORPH® využívá dvojnásobně vinuté spirály z keramického bimorfu se speciálně navrženou elektrodou. Při aplikaci napětí dochází k osovému posuvu konce HELIMORPHu ve velkém rozsahu. Vzhledem k mechanické křehkosti se však tato technologie neujala a její plánované použití pro automatické zaostřování objektivů digitálních fotoaparátů zaujaly piezoelektrické ultrazvukové motorky. Technologie Rainbow využívá monolitické keramické destičky, která je z jedné strany dopována vhodným prvkem. Tím se uvnitř piezoelektrické keramiky vytvoří gradient piezoelektrického koeficientu a destička vykazuje při aplikaci napětí extrémní hodnoty relativní deformace až 500% [22]. Kompozitní struktury cymbal a jeho předchůdce Moonie využívají keramický piezoelektrický disk, který je slepen s dvěma "čepičkami" z plechu [21]. Při radiální deformaci keramického disku dochází k osovým pohybům "čepiček". Tento aktuátor může

sloužit také jako senzor hydrostatického tlaku, byl využíván pro hledání nafty na dně moře pomocí ultrazvuku.



Obrázek 4.6 Ultrazvukový motorek Shinsei [23].

Ultrazvukové piezoelektrické motorky využívají řadu principů pro lineární nebo rotační pohyb [24]. Jedním z prvních principů je ultrazvuková ohybová vlna obíhající po keramickém prstenci. Po zesílení eliptických pohybů jednotlivých částic statoru hřebenovým vedením, povrch statoru třecí silou přenáší rotační pohyb na rotor motorku – na obr.4.6 viz tzv. Shinsei motor.

5. ZÁVĚR

Piezoelektřina a piezoelektrické vlastnosti látek mohou sloužit k řadě aplikací pro automatizaci, úspory energií (energy harvesting), jemné a přesné ovládání různých prvků pomocí aktuátorů atd. Piezoelektrický prvek dokáže předat požadovaný podnět a zároveň tentýž prvek je schopen sejmout současně odezvu systému. Možná použití piezoelektrických prvků viz obr. 5.1.



Obrázek 5.1 Aplikace piezoelektrických prvků.

S rozvojem moderní techniky lze očekávat další rozvoj piezoelektřiny a jejich aplikací. Do budoucna jsou zvláště žádané aktuátory s větším posunutím při zachování dostatečně velké síly a přesnosti posuvu. Samozřejmě výzkum se nezastavil ani v materiálové oblasti, kde se nacházejí materiály se stále lepší účinností konverze mechanické a elektrické energie.

Piezoelektřina je tak vhodným oborem pro celoživotní výzkumy, výrobu i nečekané aplikace.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Erhart J. Demonstrujeme piezoelektrický jev, *Matematika, fyzika, informatika* 2010; **20**: 106-109
- [2] Tichý J., Erhart J., Kittinger E., Přívratská J., Fundamentals of Piezoelectric Sensorics, Mechanical, Dielectric, and Thermodynamical Properties of Piezoelectric Materials, Springer Verlag 2010, ISBN 978-3-540-43966-0
- [3] Wikipedia (www.wikipedia.org)
- [4] Petržílka V., Slavík J.B., Šolc I., Taraba O., Tichý J., Zelenka J., *Piezoelektřina a její technické použití*, NČSAV, Praha 1960
- [5] Valasek J., Piezoelectricity and allied phenomena in Rochelle salt. *Phys. Rev.* 1921; **17**: 475-481
- [6] Mason W.P., 1937; US patent No. 2,081,405
- [7] Jaffe B., Cook W.R., Jaffe H., *Piezoelectric ceramics*, Academic Press, London 1971
- [8] G.L.Messing et al, Templated Grain Growth of Piezoelectric ceramics, *Critical Reviews in Solid State and Material Sciences* 2004; **29**: 45-96
- [9] H.Kawai, The Piezoelectricity of Poly(Vinylidene Fluoride), Jpn.J.Appl.Phys. 1969; 8: 975-976
- [10] ANSI/IEEE Standards, 176-1987 Standard on Piezoelectricity
- [11] Meitzler A.H., O'Bryan H.M., Jr., Tiersten H.F., Definition and measurement of radial mode coupling factors in piezoelectric ceramic materials with large variations in Poisson's ratio, *IEEE Trans. Sonics Ultrason.* 1973; SU-20: 233-239
- [12] Yang J.S., Zhang X., Extensional vibration of a nonuniform piezoceramic rod and high voltage generation, *Int. J. Appl. Electromag. Mechan.* 2002; 16: 29-42
- [13] Near Craig D., *Piezoelectric Actuator Technology*, Presented at SPIE Smart Structures and Materials Conference, February 27, 1996
- [14] Niezrecki Ch., Brei D., Balakrishnan S., Moskalik A., Piezoelectric Actuation: State of the Art, *The Shock and Vibration Digest* 2001; 33, 4: 269-280
- [15] Noliac A/S, Kvistgaard, Denmark, http://www.noliac.com/
- [16] Cedrat Technologies, Meylan, France, http://www.cedrat-groupe.com/
- [17] APC International, Ltd., Mackeyville, PA, USA, http://www.americanpiezo.com/
- [18] Face International Corporation, Norfolk, VA, USA, http://www.faceinternational.com/
- [19] Thunder actuator US Patent Nos. 5,6324,841; 5,639,850

- [20] 1 Ltd., Cambridge, UK, http://www.11td.co.uk/
- [21] Moonie, cymbal US Patent Nos. 5,276,657; 6,614,143; 6,232,702, World patent WO 97/22154
- [22] Rainbow actuator US Patent No. 5,471,721
- [23] www.krazytech.com
- [24] Ueha S., Tomikawa Y., Kurosawa M., Nakamura N., *Ultrasonic Motors, Theory and Applications*, Clarendon Press, Oxford, 1993

PŘÍLOHY

Centrum pro rozvoj výzkumu pokročilých řídicích a senzorických technologií CZ.1.07/2.3.00/09.0031

Ústav automatizace a měřicí techniky VUT v Brně Kolejní 2906/4 612 00 Brno Česká Republika

http://www.crr.vutbr.cz

info@crr.vutbr.cz