

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vybrané problémy metrologie fyzikálních a elektrických veličin

Učební texty k semináři

Autoři:

Mgr. Martin Šíra, Ph.D. (Český metrologický institut Brno)

Ing. Věra Nováková Zachovalová (Český metrologický institut Brno)

Ing. Jan Otych (Český metrologický institut Brno)

Mgr. Jaroslav Zůda (Český metrologický institut Brno)

Datum:

18. 6. 2012

Centrum pro rozvoj výzkumu pokročilých řídicích a senzorických technologií CZ.1.07/2.3.00/09.0031

TENTO STUDIJNÍ MATERIÁL JE SPOLUFINANCOVÁN EVROPSKÝM SOCIÁLNÍM
FONDEM A STÁTNÍM ROZPOČTEM ČESKÉ REPUBLIKY

OBSAH

Obsah	1
1. Kvantové etalony v metrologii elektrických veličin	5
1.1. Kvantové etalony	5
1.2. Napětí	5
1.2.1. Jednotka a její historie	5
1.2.2. Josephsonův jev	6
1.2.3. Stejnoseměrný kvantový etalon napětí	7
1.2.4. Střídavé kvantové etalony napětí	8
1.3. Odpor	9
1.3.1. Jednotka a její historie	9
1.3.2. Kvantový Hallův jev	9
1.3.3. Kvantový etalon odporu	10
1.3.4. Přenos hodnoty kvantového etalonu odporu na sekundární etalony	11
1.4. Proud	12
1.5. Metrologický trojúhelník	13
1.6. Watové váhy	13
2. Výpočet nejistot metodou Monte carlo	15
2.1. Metody výpočtu nejistot	15
2.2. Metoda GUF	15
2.3. Metoda Monte Carlo	17
2.4. Výpočet nejistot MMC	19
2.5. Srovnání GUF a MMC	20
2.6. Software pro MMC	21
3. Metrologie ss a nf elektrických veličin	22
3.1. Úvod	22

3.2.	Metrologie stejnosměrného napětí	23
3.2.1.	Návaznost stejnosměrného napětí	23
3.2.2.	Přenos jednotky na napěťové reference	23
3.2.3.	Přenos jednotky na laboratorní přístroje	23
3.2.4.	Přenos jednotky na zákaznické přístroje	24
3.3.	Metrologie stejnosměrného odporu	24
3.3.1.	Návaznost stejnosměrného odporu	24
3.3.2.	Přenos jednotky na sekundární etalony	24
3.3.3.	Přenos jednotky na referenční sadu etalonů	25
3.3.4.	Přenos jednotky na laboratorní/zákaznické přístroje	25
3.4.	Metrologie stejnosměrného proudu	25
3.4.1.	Návaznost stejnosměrného proudu	25
3.4.2.	Přenos jednotky na laboratorní/zákaznické přístroje	26
3.5.	Metrologie střídavého napětí a proudu	26
3.5.1.	Návaznost střídavého napětí a proudu	26
3.5.2.	AC/DC difference	26
3.5.3.	Přenos jednotky na AC měřicí etalony	28
3.5.4.	Přenos jednotky na laboratorní přístroje	28
3.6.	Metrologie impedancí	29
3.6.1.	Návaznost impedancí	29
3.6.2.	Vypočitatelné etalony C a R	29
3.6.3.	Odvození stupnice R, L, C	30
3.6.4.	Přenos jednotky na laboratorní/zákaznické přístroje	31
3.7.	Metrologie elektrického výkonu	31
3.7.1.	Návaznost elektrického výkonu	31
3.7.2.	Výkonové komparátory a vzorkovací wattmetry	31
3.7.3.	Elektroměrné stanice a kalibrátory výkonu	32
3.8.	Seznam použité literatury	32

4.	Základy metrologie teploty.....	33
4.1.	Historie teploměru a teploměrné stupnice	33
4.2.	Princip plynového teploměru:.....	35
4.3.	Fyzikální základy - teplota, jednotky, stupnice	36
4.3.1.	Veličiny a jednotky	36
4.4.	Teplotní stupnice - termodynamická, Fahrenheitova, Celsiova, mezinárodní	36
4.4.1.	Mezinárodní teplotní stupnice (vývoj, princip, interpolační prostředky).....	37
4.5.	Fyzikální základy měření teploty (roztážnost látek, elektrické vlastnosti, záření)	37
4.6.	Základní pojmy - dotykové, bezdotykové teploměry, teploměr, snímač, čidlo, měřicí řetězec	38
4.7.	Druhy teploměrů	39
4.8.	Návaznost v oboru teplota (schéma návaznosti).....	39
4.9.	Vyjadřování přesnosti v oboru teplota u různých teploměrů	40
4.10.	Druhy odporových teploměrů a jejich vlastnosti.....	40
4.11.	Pt odporové teploměry (konstrukce, zapojení, mat. vztahy, přesnosti, výhody a nevýhody)	41
4.12.	Termoelektrické články (princip, základní pravidla, druhy, vlastnosti, rozsahy teplot, výhody a nevýhody, přesnost)	42
4.13.	Klasické a plášťové termoelektrické články (provedení, výhody a nevýhody, vlastnosti)	43
4.13.1.	Výhody a nevýhody plášťových t.č. ve srovnání s klasickými t.č.	44
4.14.	Doporučené termoelektrické články a jejich vlastnosti	44
4.15.	Skleněné teploměry (ST) (princip, druhy skla, kapaliny, typy, konstrukce, přesnosti).....	45
4.16.	Tlakové teploměry	46
4.17.	Parní teploměry	47

4.18.	Dvojkovové teploměry	47
4.19.	Bezdotykové teploměry	48
4.20.	Optické pyrometry	48
4.21.	Radiační pyrometry	48
4.22.	Normy a ostatní předpisy	49
5.	Metrologie hmotnosti	51
5.1.	Historie metrologie hmotnosti	51
5.2.	Nová definice jednotky hmotnosti	52
5.2.1.	Projekt Avogadro	52
5.2.2.	Výkonové váhy	52
5.3.	Měření hmotnosti ve vakuu	53
5.4.	Přenos jednotky hmotnosti na díly a násobky	53
5.5.	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	54

1. KVANTOVÉ ETALONY V METROLOGII ELEKTRICKÝCH VELIČIN

Mgr. Martin Šíra, Ph.D. (Český metrologický institut Brno)

1.1. Kvantové etalony

Etalon je ztělesněná míra, měřicí přístroj, měřidlo, referenční materiál nebo měřicí systém, které jsou určeny k definování, realizování, uchovávání či reprodukování jednotky nebo jedné či více hodnot veličiny k použití pro referenční účely. Etalon nemusí být realizací jednotky.

V metrologii se etalony mimo jiné dělí na dvě skupiny: *artefakty* jsou etalony, jejichž hodnota je nastavena při výrobě. *Intrinzické* etalony mají hodnotu určenou konkrétním fyzikálním jevem, vlastnostmi či fyzikálními konstantami. Kvantové etalony jsou obvykle intrinzické, což ukazuje na jejich vypočitatelnost. Hodnotu daného etalonu lze vypočítat na základě znalosti fyzikálního jevu. Kvantová povaha etalonů zase umožňuje velmi nízké nejistoty realizované jednotky.

Hlavní kvantové etalony v elektrických veličinách jsou:

1. Josephsonův napěťový systém (Josephson Voltage System, JVS), který realizuje jednotku napětí Volt (V),
2. Kvantový Hallův Etalon Odporu (Quantum Hall Resistance Standard, QHRS), který realizuje jednotku odporu Ohm (Ω),
3. Kvantový etalon proudu, který realizuje jednotku proudu Ampér (A).

1.2. Napětí

1.2.1. Jednotka a její historie

Téměř každé dnešní měření je takové, že měřená fyzikální nebo chemická veličina je převedena vhodným jevem na napětí. To je pak převedeno do digitální informace pomocí AD převodníků. Z toho důvodu je měření napětí s malou nejistotou klíčové pro celou metrologii.

Jednotka napětí Volt byla mezinárodně ustanovena r. 1880 a definována jako „rozdíl potenciálů na vodiči, který disipoval jeden watt“. Roku 1893 byl definován mezinárodní volt jako $1/1.434$ část napětí Clarkovy chemické baterie. Roku 1908 byla definice změněna a založena na mezinárodním ohmu a ampéru jako tzv. „reprodukovatelná jednotka“. Roku 1948 byl systém reprodukovatelných jednotek opuštěn ve prospěch „absolutních“ jednotek a volt byl definován tak, jak jej známe dnes.

Jako etalony byly dlouho používány Westonovy chemické baterie, až do objevu Josephsonova jevu. Později byly Westonovy baterie nahrazeny Zenerovými referencemi i v úloze sekundárních etalonů.

1.2.2. *Josephsonův jev*

Dnešní kvantový etalon napětí je založen na Josephsonově jevu. Samotný etalon se skládá z velkého počtu přístrojů a částí. Je to zdroj napětí obvykle od - 10 V do 10 V s velmi nízkou nejistotou.

Josephsonův jev byl poprvé pozorován I. Giaeverem roku 1960, ale špatně interpretován jako „kovový zkrat“.

B. D. Josephson předpověděl jev a popsal ho kvantově-mechanickou rovnicí roku 1962. Předpověď byla experimentálně ověřena pracovní skupinou Dr. Shapiro roku 1963. Josephson, Giaever a Esaki získali za své objevy Nobelovu cenu roku 1973. Josephsonův jev je kvantové povahy, a nastává na tzv. Josephsonově přechodu. Přechod je struktura tvořená dvěma vrstvami supravodičů oddělených tenkou dielektrickou bariérou (izolátorem) o tloušťce několika nanometrů. Z klasické kvantové mechaniky lze odvodit tunelování elektronů skrz bariéru. V supravodičích se ale tvoří tzv. Cooperovy páry, což jsou dva elektrony svázané elektroslabými interakcemi. Josephsonův jev spočívá právě v tunelování těchto Cooperových párů.

Josephsonův jev se vyskytuje ve třech variantách:

1. Stejnosměrný Josephsonův jev -- stejnosměrný proud prochází přes Josephsonův přechod bez vytvoření napětí na bariéře.
2. Střídavý Josephsonův jev -- přivedením stejnosměrného napětí na Josephsonův přechod se vytvoří proudové oscilace. Josephsonův přechod pracuje jako dokonalý převodník napětí na frekvenci.
3. Inverzní střídavý Josephsonův jev -- přivedením střídavého proudu (externím elektromagnetickým polem) na Josephsonův přechod se vytvoří stejnosměrné napětí na bariéře (mezi jednotlivými supravodiči). Přechod pracuje jako dokonalý převodník frekvence na napětí. Tato varianta jevu se používá v kvantových etalonech napětí. Etalony tedy slouží jako převodníky jednotky času (frekvence) na jednotku napětí.

Josephson odvodil následující rovnici pro inverzní střídavý Josephsonův jev:

$$V = n \cdot f \cdot \frac{h}{2 \cdot e}, \quad (1.1)$$

kde V je napětí vytvořené na Joseph. přechodu, n je kvantový stav, tj. celé číslo nabývajících hodnot $n = \pm 1, 2, 3, \dots$, f je frekvence externího elmag. pole, h

je Planckova konstanta $h = 6.62606896(33) \times 10^{-34}$ Js, e je Elementární náboj $e = 1.602176487(40) \times 10^{-19}$ C.

Ze vztahu je vidět, že napětí na Josephsonově přechodu nezávisí na amplitudě střídavého proudu protékajícím přechodem, pouze na jeho frekvenci. Původně Josephsonův jev sloužil k určení hodnoty $\frac{h}{2 \cdot e}$, přičemž Westonovy baterie sloužily jako etalony napětí. Nejistota těchto experimentů byla velká. Posléze byla roku 1970 mnoha metrologickými ústavy přijata hodnota Josephsonovy konstanty $K_J = \frac{2 \cdot e}{h}$ a Josephsonův jev byl přijat jako etalon napětí.

Z počátku každý institut používal vlastní hodnotu Josephsonovy konstanty, sjednocení nastalo roku 1990. Mezinárodní hodnota

$$K_{J-90} = 483597,9 \text{ GHzV}^{-1} \quad (1.2)$$

byla přijata celosvětově jako vážený průměr měření K_{J-90} provedených do roku 1990.

Relativní nejistota K_{J-90} je 0,4 ppm.

Jelikož nejistota je mnohem větší než typické měření na JVS (nejistota porovnání dvou JVS etalonů je obvykle na úrovni 0,001 ppm), není nejistota konstanty brána v úvahu. Tento problém bude vyřešen přijetím nové soustavy SI založené na základních fyzikálních konstantách, a nejistota K_{J-90} bude nula.

1.2.3. *Stejnoseměrný kvantový etalon napětí*

Josephsonův kvantový etalon stejnosměrného napětí se skládá z:

- čipu s Josephsonovými přechody
- chlazení k dosažení teploty 4 K
- zdroje mikrovln
- referenčního etalonu času
- řídicího zdroje
- analogového osciloskopu

Pro generování střídavého elektromagnetického pole nutného ke vzniku inverzního střídavého Josephsonova jevu jsou používány mikrovlny, obvykle o frekvenci $f = 75$ GHz. Tyto mikrovlny jsou vyzařovány Gunnovou diodou a jejich frekvence je synchronizována s etalonem času. Mikrovlny jsou soustavou vlnodů přivedeny k Josephsonovým přechodům. Ve výsledku dostaneme napětí na jednom Josephsonově přechodu v závislosti na kvantovém stavu n :

$$\begin{array}{ll} n = -4 & V = -620.350 \mu V \\ \vdots & \\ n = -1 & V = -155.088 \mu V \end{array}$$

$n = 0$	$V = 0 \mu V$
$n = +1$	$V = -155.088 \mu V$
$\vdots$	
$n = +4$	$V = -620.350 \mu V$

Kvantový stav Josephsonových přechodů v závislosti na kvalitě výroby obvykle nepřesáhne hodnotu $n = \pm 4$. Pro vyšší hodnoty n je jev nestabilní. Voltampérová charakteristika ukazuje pro daný kvantový stav křivku ideálního zdroje stejnosměrného napětí v rozsahu proudu několika stovek mikroampérů. Při vyšších hodnotách proudu je jev opět nestabilní. Pro přechody s vysokou kapacitou (určeno při výrobě) voltampérová charakteristika prochází bodem nulového proudu. Tyto přechody jsou použity ve všech kvantových etalonech stejnosměrného napětí.

K získání větších napětí jsou přechody zapojeny do série. Aby etalon fungoval, na všech přechodech musí být přibližně stejný výkonový úbytek mikrovln. Dnes se vyrábí Josephsonovy čipy s až dvaceti tisíci přechody a integrovaným rozvodem mikrovln. Takový čip je schopen generovat až jedenáct voltů po kroku $155 \mu V$ při stejnosměrném proudu kolem sta mikroampér. Jen několik laboratoří dokáže vyrobit takový čip: ve Spojených státech amerických, v Německu a Japonsku. Výtěžnost výroby je malá, tedy cena čipu je velká.

Kvantový stav čipu lze vnutit připojením externího zdroje napětí a proudu. Kvantové stavy se přizpůsobí a po odpojení externího zdroje jsou kvantové stavy stabilní po dostatečně dlouhou dobu. Hodnotu kvantového stavu lze změřit voltmetrem s dostatečným rozlišením. Vzhledem ke kvantové povaze může nastat pouze celočíselný kvantový stav, takže změřením kvantového stavu voltmetrem zároveň získáme korekci voltmetru.

K dosažení nízké teploty potřebné pro vznik supravodivého jevu v čipech (pod pět kelvinů) se obvykle používá kapalné helium. V poslední době se také používá chlazení za pomoci kryovývěv na základě adiabatického chlazení nebo pulsně-akustického jevu.

1.2.4. *Střídavé kvantové etalony napětí*

Doposavad byl popisován pouze stejnosměrný kvantový etalon. Ve vývoji jsou i dva druhy střídavých kvantových etalonů napětí:

- programovatelný JVS
- pulsní JVS

Programovatelný JVS je založený na rozdělení sériově zapojených přechodů do celků, u kterých lze samostatně určovat kvantový stav. Postupným zvyšováním kvantového stavu u jednotlivých celků lze modulovat výstupní napětí. Aby

změny kvantových stavů byly co nejrychlejší, jsou používány Josephsonovy přechody s malou kapacitou. Bohužel změna kvantového stavu je nedeterministický jev, a tedy výsledný etalon již není intrinzický. Přesto jeho nejistoty jsou velmi malé, a již je používán v některých metrologických institutech. Etalon generuje střídavé napětí do amplitudy deseti voltů a frekvence nejvýše jednoho kilohertzu.

Pulsní JVS je založen na vysílání pulsů elektromagnetického záření do Josephsonova přechodu, na kterém se vygeneruje napěťový puls. Jev je opět kvantovaný a vypočitatelný, bohužel nejvyšší dosažená amplituda napětí je 0,3V. Výstupní frekvence je od desítek kilohertzů po několik megahertzů. Lze generovat prakticky libovolné frekvenční spektrum.

1.3. Odpor

1.3.1. Jednotka a její historie

Elektrický odpor byl objeven Georgem Ohmem v roce 1827. První primární etalony odporu byly tvořené válcem rtuti. Z rozměrů válce bylo možné vypočítat hodnotu odporu etalonu. Jako sekundární etalony sloužily a slouží vhodně navinuté odporové dráty, optimalizované pro vysokou časovou stabilitu.

Revoluce nastala roku 1980, kdy Klaus von Klitzing objevil kvantový Hallův jev. Primární etalon odporu založený na kvantovém Hallově jevu závisí pouze na hodnotě von Klitzingovy konstanty, která je kombinací konstant e a h . Podobně jako v metrologii napětí nejprve každá laboratoř používala jinou hodnotu von Klitzingovy konstanty.

Roku 1988 doporučila Mezinárodní komise měr a vah hodnotu von Klitzingovy konstanty, kterou nyní používají všechny metrologické laboratoře.

Po mezinárodní dohodě roku 1990 je hodnota ohmu vztažena ke kvantovému Hallově jevu. Klaus von Klitzing obdržel Nobelovu cenu v r. 1985.

1.3.2. Kvantový Hallův jev

Klasický Hallův jev je asymetrické rozdělení proudové hustoty za přítomnosti magnetického pole B . Jev je způsobený Lorentzovou silou působící na elektrony procházející vodičem v magnetickém poli.

Vložíme-li vodivou destičku tloušťky d , kterou protéká řídicí elektrický proud I , do magnetického pole s magnetickou indukcí B , kolmou na směr proudu, pak ve třetím směru, kolmém na směr proudu a zároveň na směr magnetického

pole změříme potenciálový rozdíl V_H . Následkem Hallova jevu vzniká Hallovo napětí:

$$V_H = R_H \frac{IB_y}{d} \quad (1.3)$$

Hallova konstanta je dána výrazem:

$$R_H = \frac{1}{ne} \quad (1.4)$$

kde n je nábojová hustota.

Kvantový Hallův jev je kvantování Hallova napětí a odporu. Kvantový Hallův jev je pozorován pouze ve dvou rozměrných heterostrukturách, tzv. Hall bar. Tyto struktury jsou tvořeny tenkou obdélníkovou vrstvou materiálu naneseného na nosný substrát.

V mřížce se za vhodných podmínek vytvoří dvourozměrný elektronový plyn (2DEG). Za přítomnosti vysokého magnetického pole (obvykle několik Tesla) lze pozorovat jev podobný klasickému Hallově jevu. Jeho kvantová varianta je ovšem založena na jiných mnohem složitějších fyzikálních principech. Teorie popisující kvantový Hallův jev stále není úplně dokončená.

Požadovaná podmínka vzniku 2DEG je velmi nízká teplota kolem 1,5 K, dosahovaná rozpouštěním izotopů helia 3 v heliu 4.

Při postupném zvyšování intenzity magnetického pole lze pozorovat oblasti s nulovým podélným odporem heterostrukтуры. V těchto oblastech je příčný odpor definován celočíselným kvantovým stavem, a odpor je vypočitatelný dle vztahu:

$$R_H = \frac{R_K}{i}, \quad (1.5)$$

kde

i je kvantové číslo nabývajících hodnot:

- celé číslo: 1, 2, 3 ...
- nebo zlomek: $1/3, 2/5, 3/7, 2/3, 3/5$...

Pro metrologii jsou vhodné pouze celočíselné kvantové stavy. R_K je von Klitzingova konstanta, která je dána pouze základními konstantami:

$$R_K = \frac{h}{e^2} \quad (1.6)$$

1.3.3. Kvantový etalon odporu

Ze vztahu von Klitzingovy konstanty je vidět, že kvantový etalon odporu není závislý na jiných veličinách SI, narozdíl od kvantového etalonu napětí nebo kvantového etalonu proudu. To mu zajišťuje unikátní postavení v metrologii.

Zařízení se skládá z heterostrukтуры umístěné v chladicí aparatuře a supravodivé cívky generující magnetické pole až do deseti tesla. Po vychlazení

zařízení na teplotu 1,5 K se postupně zvyšuje magnetické pole, dokud heterostruktura nemá nulový podélný odpor. V tu chvíli je kvantový stav určen celým číslem a podélný odpor je snadno vypočitatelný.

Nejčastější materiál používaný pro heterostruktury je $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$. Maximální možný proud procházející heterostrukturou je kolem 100 μA . Při vyšších proudech dojde ke ztrátě supravodivého jevu v 2DEG.

V posledních letech byl pozorován kvantový Hallův jev i v grafénu. Významné je především jiný charakter kvantového jevu, což umožní ověřit fyzikální teorii popisující kvantový Hallův jev. Druhá významná skutečnost je pozorování kvantového jevu dokonce i při pokojových teplotách (ale za extrémního magnetického pole nad 30 T). To může mít za následek snížení technologické náročnosti kvantových etalonů odporu, především drahé chladicí aparatury.

Hodnota von Klitzingovy konstanty je (dle dohody z roku 1990):

$$R_{K-90} = 25\,812,807\, \Omega \quad (1.7)$$

Pro metrologii jsou vhodné stavy kdy podélný odpor heterostruktury je nula, a z praktických důvodů jsou nejhodnější stavy, kdy $i = 2$ or $i = 4$. Důsledkem je hodnota příčného odporu (a tedy hodnota kvantového etalonu odporu) 12 906,4035 Ω nebo 6 453,20175 Ω . Reprodukovatelnost této hodnoty (tj. výsledek porovnání dvou kvantových etalonů odporu) je kolem 10^{-10} .

Využití kvantového etalonu odporu pro střídavé proudy je limitováno dielektrickými ztrátami v substrátu heterostruktury. V německém metrologickém institutu PTB se podařilo překonat tyto ztráty speciálním stíněním. Vyšší a nižší hodnoty kvantového etalonu odporu lze dosáhnout sériovým nebo paralelním zapojením heterostruktur, které tak vytváří tzv. QHARS (Quantum Hall Arrays). Tyto struktury jsou stále ve vývoji.

1.3.4. *Přenos hodnoty kvantového etalonu odporu na sekundární etalony*

Důležitou součástí kvantového etalonu odporu je proudový komparátor (Cryogenic Current Comparator, CCC) Slouží k porovnání dvou etalonů odporu, nebo přenosu odporu kvantového etalonu odporu na sekundární etalon odporu (artefakt).

CCC je most tvořený cívkami obalené supravodivým stíněním. Ve stínění nastává Meissnerův jev. Tento jev, vyskytující se v supravodičích za přítomnosti magnetického pole, zajišťuje nulové vyzařování magnetického pole cívek do okolí, a tedy vysokou přesnost celého mostu.

Počet závitů je neměnitelný, zvolený dle hodnoty kvantového etalonu odporu a desítkové řady sekundárních etalonů odporu.

Cívkami tečou proudy opačných polarit. Principem měření je vyrovnaní proudu oběma cívkami tak, aby výsledný proud (součet proudů oběma cívkami) byl nulový. Nulový proud znamená nulové magnetické pole uvnitř supravodivého stínění. Magnetické pole je detekováno velmi citlivým zařízením SQUID (Superconducting Quantum Interference Device). SQUID je tvořen smyčkou s dvěma Josephsonovými přechody.

Porovnání odporů nad 10 k Ω je limitováno teplotním šumem. Spodní rozsah CCC je cca. 1 Ω .

1.4. Proud

Proud je v dnešní metrologické praxi odvozován pomocí Ohmova zákona, za součinnosti kvantového etalonu napětí a kvantového etalonu odporu. Což je paradoxní, protože Ampér je jedna ze sedmi základních jednotek soustavy SI, a Volt a Ohm jsou sekundární jednotky.

Kvantové etalony proudu jsou stále ve vývoji. Jsou založeny na řízeném transportu jednotlivých elektronů.

Doslova se jedná o počítání elektronů řízeně procházejících skrz bariéru tunelováním. Proud je pak vypočten jako

$$I = nef, \quad (1.8)$$

kde n je kvantové číslo, udávající kolik elektronů najednou prošlo bariérou v jednom cyklu a f je frekvence tunelování elektronů skrz bariéru. Pro představu, pokud $f = 5$ MHz, dostaneme hodnotu $I = 0,8$ pA. K získání vyšších hodnot proudu je tedy třeba rychlé řízení děje, což je komplikované.

Elektrony se počítají v tzv. SET (Single Electron Tunneling) tranzistorech. Jedná se dvě dielektrické bariéry za sebou.

Mezi bariérami vzniká tzv. energetická jáma, zkonstruovaná tak, aby pro danou teplotu a materiál pojala právě jeden elektron. Řízením napětí přiloženého na bariéry můžeme ovlivňovat energii, kterou elektron potřebuje k protunelování bariéry. Postupným snížením napětí na první bariéře, opětovným zvýšením, poté snížením napětí na druhé bariéře můžeme přinutit právě jeden elektron projít skrz celý tranzistor.

Aby jev fungoval, musí být tepelná energie elektronů $k_B T$ mnohem menší než energie nutná k protunelování bariér v uzavřeném stavu. Výsledkem je požadavek na teplotu SET kolem 20 mK. Jelikož je tunelování jev kvantové (statistické) povahy, stává se, že skrz bariéru projde i více nebo žádný z elektronů. Tato chyba se kompenzuje sériovým zapojením několika SET.

Zvýšení hodnoty proudu lze dosáhnout zkonstruováním energetické jámy tak, aby pojala dva nebo více elektronů najednou.

1.5. Metrologický trojúhelník

Tzv. metrologický trojúhelník je realizace Ohmova zákona pomocí kvantových etalonů. Pokud je využit Josephsonův jev, kvantový Hallův jev a počítání elektronů, získáme z Ohmova zákona:

$$R_K K_J Q_x = \frac{h}{e^2} \cdot \frac{2e}{h} \cdot e = 2 \quad (1.9)$$

Při správném provedení kvantového trojúhelníku tak bude ověřeno:

- správnost fyzikálních teorií,
- správnost provedení kvantových etalonů,
- správnost poměru Planckovy konstanty a náboje elektronu.

Snaha je splnit relaci s relativní nejistotou alespoň 10^{-8} .

Momentálně jsou prováděny dva způsoby uzavření metrologického trojúhelníku.

První je vyvíjen například ve francouzském metrologickém institutu (LNE). Spočívá v zapojení programovatelného JVS, SET, CCC a artefaktu odporu do jediného obvodu. Etalon odporu je kalibrován před a po vůči kvantovému etalonu odporu.

Druhý způsob uzavření metrologického trojúhelníku byl již dokonán v metrologickém institutu spojených států (NIST) a německém metrologickém institutu (PTB). Spočívá v nabíjení kondenzátoru SET. Napětí na kondenzátoru je měřeno JVS. Hodnota kondenzátoru je určena pomocí kvadrurního mostu vůči kvantovému etalonu odporu nebo porovnáním s vypočitatelným etalonem kapacity typu Thompson-Lampard.

Metoda je velmi obtížná. NIST realizoval metodu 1 r. 2007 s relativní nejistotou $9,2 \times 10^{-7}$. PTB realizovalo metodu 2 r. 2011 s relativní nejistotou 3×10^{-6} .

1.6. Watové váhy

Experiment watových vah reprezentuje odvození jednotky hmotnosti kilogramu z elektrických veličin. Watové váhy jsou tvořeny rovnoramennými váhami, přičemž na jednom rameni je upevněn měřený artefakt hmotnosti, a k druhému rameni je připevněna cívka. V laboratoři je umístěna druhá cívka, která do sebe vtahuje cívku z Watových vah. Princip je dán změřením elektrického výkonu nutného k vyvážení rovnoramenných vah. Odpor cívky je porovnán vůči kvantovému etalonu odporu, napětí zdroje napájecího cívku je určeno kvantovým etalonem napětí. Indukčnosti cívek lze z rovnic vyškrtnout pomocí statického a dynamického měření.

Tato metoda již byla v několika předchozích letech provedena v několika metrologických institucích. Výsledky ukazují, že je třeba ještě snížit nejistoty

měření, aby bylo možné odvodit kilogram s nejistotou, jakou požaduje současná úroveň primární metrologie hmotnosti.

2. VÝPOČET NEJISTOT METODOU MONTE CARLO

Mgr. Martin Šíra, Ph.D. (Český metrologický institut Brno)

2.1. Metody výpočtu nejistot

V metrologii jsou převážně používány dvě metody výpočtu nejistot:

- GUM Uncertainty Framework (GUF), popsaná v dokumentu *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)*, 1995
- Metoda Monte Carlo (MMC), popsaná v dokumentu *Evaluation of measurement data -- Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" -- Propagation of distributions using a Monte Carlo method*, 2008

Tyto dokumenty jsou dostupné online na stránkách Bureau international des poids et mesures (BIPM):

<http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>

2.2. Metoda GUF

Tato metoda vychází z klasického přístupu výpočtu chyb, a je upravena pro definici a pojmosloví nejistot. Metoda používá pojem standardní nejistota, která není závislá na původu. To znamená, že nejistoty získané vzorkováním náhodné veličiny nebo jiným způsobem jsou rovnocenné. Nejprve je třeba znát model měření ve tvaru

$$y = f(x_1, \dots, x_N), \quad (2.1)$$

kde y je hledaná veličina a x_i jsou vstupní (měřené nebo jinak zjištěné) veličiny. Pomocí modelu měření a zákona šíření nejistoty jsou vypočteny citlivostní koeficienty, odhad hledané veličiny a standardní nejistota hledané veličiny.

Aby bylo možné použít metodu GUF, je třeba znát minimálně následující vzorce:

1. Výpočet standardní nejistoty $u(x_i)$ (tzv. typu A) vzorkováním náhodné veličiny:

$$u^2(x_i) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_i (q_i - \bar{q})^2 \quad (2.2)$$

kde n je počet vzorků a q jsou hodnoty vzorků.

2. Výpočet standardní nejistoty z předpokládaných rozdělení (tzv. typu B).
Například pokud předpokládáme rovnoměrné rozdělení náhodné veličiny, standardní nejistota je rovna:

$$u^2(x_i) = \frac{a^2}{3} \quad (2.3)$$

kde a jsou meze rovnoměrného rozdělení. Pokud je uvažováno trojúhelníkové rozdělení, std. nejistota se vypočte jako

$$u^2(x_i) = \frac{b^2}{6} \quad (2.4)$$

kde b jsou meze trojúhelníkového rozdělení.

3. Výpočet citlivostních koeficientů c_i dle vztahu:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (2.5)$$

4. Výpočet standardní nejistoty $u(y)$ výstupní veličiny Y pomocí zákona šíření nejistoty, jenž je dán vztahem:

$$u^2(y) = \sum_i c_i^2 u^2(x_i). \quad (2.6)$$

$$u_c^2(y) = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i). \quad (2.7)$$

5. Pokud je funkce f významně nelineární, je třeba k výrazu $u^2(y)$ připočítat druhý řád Taylorova rozvoje vlivu veličiny na výstupní veličinu:

$$\sum_j \sum_i \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right) + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_i \partial x_j} \right) u^2(x_i) u^2(x_j) \quad (2.8)$$

6. V případě korelovaných vstupních veličin je třeba k výrazu $u^2(y)$ připočítat korekci

$$2 \sum_i \sum_j \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j). \quad (2.9)$$

7. Efektivní stupeň volnosti lze získat Welch-Satterwaithovým vztahem

$$(2.10)$$

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_i \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad (2.11)$$

kde v_i jsou stupně volnosti nejistoty (x_i).

8. Koeficient pokrytí k je určen pomocí studentova rozdělení jako:

$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{t_1 - \alpha} f(t, v_{eff}) dt, \quad (2.12)$$

kde $k = t_p$, $p = 1 - 2\alpha$ a $f(t, v)$ je kumulativní rozdělovací funkce studentova rozdělení.

9. Rozšířená nejistota U je určena jako:

$$U = k u_c(y) \quad (2.13)$$

Pak lze tvrdit, že výsledek měření je $Y = y \pm U$ a pravá hodnota náhodné veličiny Y' leží s pravděpodobností p v intervalu:

$$Y - U \leq Y' \leq Y + U \quad (2.14)$$

Tento matematický aparát může být pro některé případy naprosto nevhodný, je třeba se dopouštět mnoha zjednodušení a aproximací. Pro významnou část lidí, kteří nejsou profesionální metrologové, je navíc tento aparát poměrně komplikovaný.

2.3. Metoda Monte Carlo

MMC je třída algoritmů pro simulaci systémů. Používá opakované vzorkování náhodné veličiny pro simulaci náhodných dějů. Metoda je používána pro řešení diferenciálních rovnic nebo počítání určitých integrálů. Pomocí této metody se úspěšně daří simulovat experimenty, které jiné metody nedokážou úspěšně vyřešit, jako jsou řetězové štěpné reakce, difuze plynů nebo proudění tekutin za speciálních podmínek. Metodu lze také využít pro výpočet nejistot.

Metodu Monte Carlo vyvinuli John von Neumann, Stanislaw Ulam a Nicholas Metropolis kolem roku 1940 v Los Alamos během vývoje atomové bomby.

S. Ulam měl myšlenku používání náhodných čísel pro simulaci experimentu,

von Neumann použil metodu generování náhodných čísel místo do té doby používaného seznamu náhodných čísel, a Metropolis vypracoval algoritmy výpočtů.

Metoda byla pojmenována po městě Monte Carlo v Monaku, kde Ulamův strýc často prohrával peníze v místním proslaveném kasinu.

Metoda spočívá v řízeném generování náhodných čísel a opakované simulaci experimentu. Dá se použít například i pro výpočet čísla $\pi = 3,14159 \dots$

Mějme jednotkový čtverec (strany o velikosti 1), ve kterém je vepsaný jednotkový kruh (poloměr kruhu je 1). Dále umísťujeme do čtverce body. Obsah kruhu je $S_1 = \pi r^2$, obsah čtverce je $S_2 = r^2$. Označme celkový počet bodů ve čtverci jako N , a počet bodů, které jsou ve čtverci i v kruhu jako M .

Pak platí:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi r^2}{r^2} = \frac{M}{N} \rightarrow \pi = \frac{M}{N} \quad (2.15)$$

Pokud jsou body do čtverce umísťovány náhodně (tj. generujeme náhodná čísla souřadnic bodů), pro stoupající počet náhodně umístěných bodů dostaneme číslo π přesněji, viz následující tabulka:

Počet bodů	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
Výpočet	2,4	3,08	3,18	3,1425	3,14232	3,1419
Odchylka od π	0,74	0,062	$-3,8 \cdot 10^{-2}$	$-1,0 \cdot 10^{-3}$	$-7,3 \cdot 10^{-4}$	$-3,1 \cdot 10^{-4}$

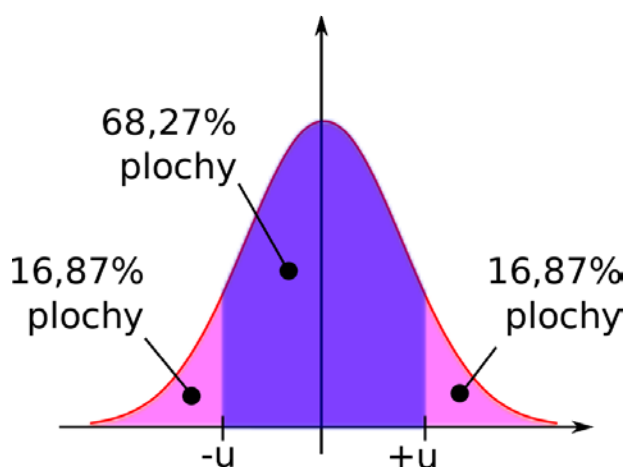
Se zvětšujícím se počtem bodů klesá odchylka od pravé hodnoty π . Zvýšením řádu opakování získáme obvykle jednu cifru π . Tato metoda není moc účinná, slouží pouze pro ukázkou, že generováním náhodných čísel (pozic bodů ve čtverci) lze získat konkrétní výsledky. Moderní iterační metody získají 5 cifer π každým výpočetním krokem.

Náhodná čísla musí být opravdu náhodná. Kdybychom měli například generovat body poblíž středu kruhu, počet bodů v kruhu by se rovnal celkovému počtu bodů. S libovolným počtem vygenerovaných bodů bychom získali vždy hodnotu 1 místo 3,14....

2.4. Výpočet nejistot MMC

Nejistoty se vypočítají pomocí MMC následujícím postupem:

1. Nejprve je třeba vytvořit model měření $y = f(x_1, \dots, x_N)$. Pro každou vstupní veličinu X_i je třeba určit hustotu pravděpodobnosti její nejistoty $u(x_i)$. Tyto údaje je nutné znát pro metodu GUF i MMC. Dále je třeba si zvolit počet opakování metody Monte Carlo M a požadovanou pravděpodobnost pokrytí výstupní veličiny p .
2. Pro každou vstupní veličinu X_i je třeba vygenerovat M náhodných čísel $x_i^1, \dots, x_i^M$ podle hustoty rozdělení nejistot. Dohromady je tedy vygenerováno $M \cdot N$ náhodných čísel.
3. Do modelu měření jsou dosazovány vygenerovaná náhodná čísla: $y_j = f(x_1^j, \dots, x_N^j)$. Tak je získáno M výsledných hodnot $y_1, \dots, y_M$.
4. Seřazením hodnot y_j je získán histogram výstupní veličiny Y neboli diskretní hustota pravděpodobnosti a diskretní distribuční funkce.
5. Je určena nejpravděpodobnější hodnota Y (obvykle vrchol histogramu).
6. Je určena nejistota odpovídající požadované pravděpodobnosti pokrytí. Nejistota je určena mezemi plochy pod křivkou hustoty pravděpodobnosti Y obsahující p podíl z celkové plochy pod křivkou hustoty pravděpodobnosti Y .



Obr. 2.1 Určení nejistoty z histogramu

Určení nejistoty z histogramu neboli hustoty pravděpodobnosti rozdělovací funkce je zobrazeno na Obr. 2.1.

Pro zvolenou pravděpodobnost pokrytí nalezneme takový podíl plochy pod křivkou ku celé ploše pod křivkou, odpovídající dané pravděpodobnosti. Okraje nalezené plochy určují interval nejistot. Zobrazeno je normální rozdělení, pro které pravděpodobnost 68,27% odpovídá standardnímu rozptylu ze všech hodnot vypočtených metodou Monte Carlo $y_1, \dots, y_M$.

Hodnota M počtu opakování MMC lze určit i v průběhu výpočtu: s metodou MMC pokračujeme tak dlouho, dokud nedosáhneme konvergence a změna nejistoty výstupní veličiny je menší než požadovaná přesnost (obvykle dvě cifry). Pro většinu výpočtu nejistot stačí hodnota M rovna 10^6 .

2.5. Srovnání GUF a MMC

Výhody a nevýhody MMC jsou:

- MMC umožňuje počítat nejistoty i s komplikovanými rozděleními vstupních veličin, jako je rozdělení tvaru U, nesymetrická rozdělení atd.
- Lze počítat s komplexními čísly.
- Není potřeba derivovat, zjednodušovat model měření a dopouštět se zjednodušení při výpočtech.
- Není třeba odhadovat a počítat stupně volnosti jako v metodě GUF.
- Nevýhodou MMC je nutnost mít kvalitní generátor náhodných čísel a vhodný software.
- Nelze spočítat ani jednoduché nejistoty na papíře.
- Z metody MMC se obtížně získávají citlivostní koeficienty.

Metodou GUF v případě komplikovaných modelů měření dostaneme podceněnou nejistotu, což může způsobit závažné problémy. Například ukázkový příklad v Guide to the Expression of Uncertainty in Measurements, Annex H, příklad koncových měrek:

Výsledek získaný metodou GUF je:

$$\delta L = (838 \pm 62)\text{nm}, k = 2, \text{t-rozdělení}, p = 95,45$$

Ovšem výsledek získaný MMC je:

$\delta L = (838 \pm 67)\text{nm}$, $p = 95,45, 53 \times 10^4$ opakování

Tento poměrně komplikovaný příklad z praxe obsahuje vstupní veličiny s rovnoměrným, trojúhelníkovým, trapezoidálním i U rozdělením. To způsobuje chybu ve výsledku vypočteném metodou GUF.

2.6. Software pro MMC

Hlavní předpoklad správnosti MMC je náhodný generátor čísel. Moderní metody generování náhodných čísel mají dostatečnou míru entropie pro běžné výpočty nejistot metodou MMC. Dále je třeba software, který dokáže zpracovat milióny čísel.

Běžně používaný program je například Matlab, nebo jeho open-source varianta Octave, případně program R pro statistické výpočty, či OpenBUGS, který je specializovaný na metodu Monte Carlo.

Na trhu existuje několik programů vytvořených k počítání nejistot, jako jsou Gum Workbench Pro nebo Qualisyst QMSys GUM Professional, které jsou placené.

Všechny tyto programy mají dostatečně kvalitní generátor náhodných čísel.

Nevhodné jsou naopak tabulkové procesory kancelářských balíčků, protože milion řádků nebo sloupců náhodných čísel v tabulce těchto programů způsobuje přílišné zatížení procesoru i při nejjednodušších výpočtech.

Nejhorší je použití programů Microsoft Excel 2000 a Excel 2003, které mají nedostatečnou entropii náhodného generátoru čísel. Ve verzi 2007 již byla chyba opravena, ale náhodná čísla generována vnitřním skriptovacím jazykem Visual Basic for Application (VBA) jsou stále nevhodná.

3. METROLOGIE SS A NF ELEKTRICKÝCH VELIČIN

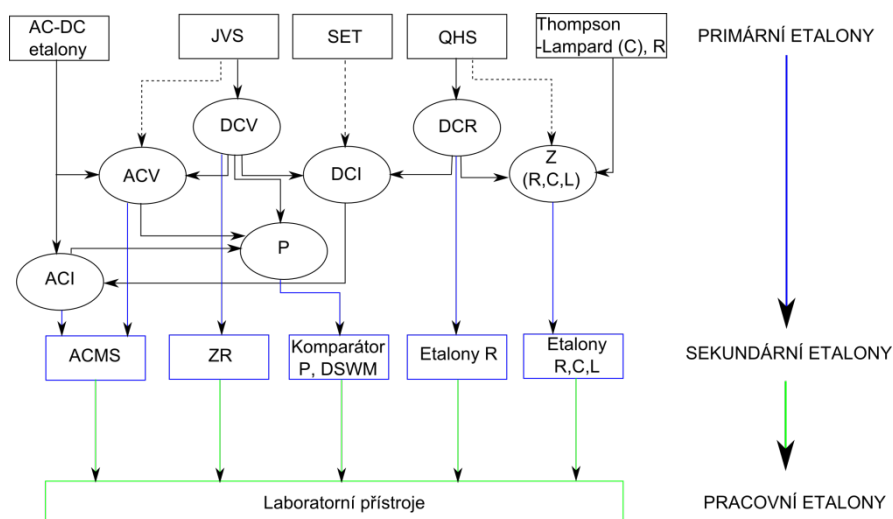
Ing. Věra Nováková Zachovalová (Český metrologický institut Brno)

3.1. Úvod

Pod souhrnným pojmem metrologie ss a nf elektrických veličin se obvykle rozumí tyto oblasti metrologie elektromagnetických veličin:

- DC napětí, proud a odpor,
- AC/DC difference, AC napětí a proud,
- impedance,
- výkon a energie.

Na Obrázek 3.1 je znázorněno obecné schéma návaznosti ss a nf elektrických veličin. Primární etalony sestávají ze tří kvantových etalonů (Josephsonův, JVS, Hallův, QHS, a kvantový etalon el. proudu SET, single elektron tunnelling) a vypočitatelných etalonů stř. odporu, kapacity a AC/DC difference. Primární etalony nebo jejich kombinace slouží k realizaci jednotek ss napětí, ss odporu, ss proudu, st. napětí, st. proudu, výkonu a impedancí. Z primárních etalonů se tyto jednotky přenášejí na sekundární, které slouží k jejich uchovávání a k přenosu na referenční/pracovní etalony, používané při běžných kalibracích.



Obrázek 3.1 Obecné schéma návaznosti ss a nf elektrických veličin (čárkovaně vyznačené návaznosti jsou na experimentální úrovni, ACMS = AC měřicí etalon, ZR = Zenerova reference, DSWM = vzorkovací wattmetr)

3.2. Metrologie stejnosměrného napětí

3.2.1. *Návaznost stejnosměrného napětí*

Úrovně návaznosti	Etalony	Dosahované nejistoty
Generování DCV kvantovým etalonem (0 – 10 V).	Kvantový etalon JVS.	řádově setiny ppm
Přenos na napěťové reference (1 V, 10 V).	Napěťové (Zenerovy) reference	Řádově desetiny ppm
Přenos na laboratorní přístroje pomocí napěťových děličů (1 mV – 1 kV).	Velmi přesné zdroje (kalibrátory)	Řádově jednotky ppm
Přenos na zákaznické přístroje (1 mV – 1 kV).	multimetry, voltmetry, méně přesné zdroje ...	od 10 ppm

3.2.2. *Přenos jednotky na napěťové reference*

Z kvantového Josephsonova etalonu se přímým porovnáním jednotka ss napětí přenáší na napěťové reference. Nejčastěji používané napěťové reference jsou tzv. Zenerovy reference, které využívají vynikající stability napětí na Zenerově diodě (ZD) v závěrném směru. Vzhledem k poměrně významné teplotní závislosti ZD se používá ještě druhá dioda pro teplotní kompenzaci, dále teplotní čidlo a topný element. Také jsou nutné pomocné obvody pro úpravu napětí ZD na 10 V, 1 V a 1,018 V. Reference musí mít non-top napájení a musí být umístěna v klimatizované laboratoři.

3.2.3. *Přenos jednotky na laboratorní přístroje*

Jednotka ss napětí se obvykle přenáší na tzv. kalibrátory, což jsou multifunkční přístroje pro velmi přesné generování základních el. veličin DCV, DCI, R, ACV, ACI. Funkce DCV má rozsah od 0 V do 1,1 kV a kalibruje se pomocí ZR, napěťového děliče a nulového detektoru následujícím postupem:

- Dělicí poměr děliče zkalibrován pomocí ZR.

- Kalibrace DCV kalibrátoru (dělení DCV děličem a porovnání se ZR pomocí nulového detektoru).

Jako napěťové děliče se používají Kevin-Varleyho děliče či automatické binární děliče. Jako nulový detektor slouží přesný V – metr (nV-metr).

3.2.4. *Přenos jednotky na zákaznické přístroje*

Pomocí kalibrátorů se kalibrují velmi přesné laboratorní multimetry přímým porovnáním. Kalibrátory a laboratorní multimetry zajišťují kalibraci celé škály zákaznických měřidel (multimetry, zdroje) o různých přesnostech.

3.3. Metrologie stejnosměrného odporu

3.3.1. *Návaznost stejnosměrného odporu*

Úrovně návaznosti	Etalony	Dosahované nejistoty
Generování DCR kvantovým etalonem (10 k Ω)	Kvantový etalon QHS.	0,002 ppm
Přenos na sadu dvou etalonů 1 k Ω a 10 k Ω pomocí CCC	Sada dvou etalonů R 1 k Ω a 10 k Ω .	1 k Ω : 0,05 ppm 10 k Ω : 0,15 ppm
Přenos sadu etalonů R (0,1 m Ω až 100G Ω) pomocí odporových mostů	Sada etalonů R (0,1 m Ω až 100G Ω).	Řádově jednotky ppm
Přenos na laboratorní/zákaznické přístroje pomocí DMM/ mostu	Etalony R, DMM, kalibrátory	Řádově jednotky až desítky ppm

3.3.2. *Přenos jednotky na sekundární etalony*

Jako sekundární etalony ss odporu se používají etalony a nominálních hodnotách 1k Ω a 10 k Ω , které se navazují na QHS:

- 1k Ω : konstrukce Thomas nebo SCIRO (vinuté),
- 10 k Ω : konstrukce ESI (10x 1k Ω v sérii).

Jsou kalibrovány porovnáním s QHS prostřednictvím CCC („cryogenic current comparator“), jehož princip spočívá v tom, že obsahuje dvě cívky s počty závitů blízké poměru porovnávaných odporů, cívkami prochází proudy opačnými směry a jejich rozdíl je detekován nulovým detektorem SQUID („Superconducting Quantum Interference Device“).

3.3.3. *Přenos jednotky na referenční sadu etalonů*

Referenční sada etalonů odporu bývá tvořena řadou etalonů o jmenovitých hodnotách odporu 0,1 mΩ až 100 GΩ. Její kalibrace se provádí porovnáním se sekundárními 1kΩ a 10 kΩ pomocí odporových mostů, kdy je možné celou stupnici odvodit krokováním nahoru a dolů z hodnot sekundárních etalonů 1kΩ a 10 kΩ.

3.3.4. *Přenos jednotky na laboratorní/zákaznické přístroje*

Jako laboratorní přístroje se obvykle používají kalibrátory, které mají rozsah až do 1 GΩ. Kalibrace DCR funkce probíhá přímým porovnáním s referenční sadou (měření poměru odporů vhodným detektorem).

Pomocí kalibrátorů se kalibrují pracovní/zákaznické multimetry. Někteří zákazníci mívají také sadu etalonů odporu, která pak bývá kalibrována porovnáním s referenční sadou (přímé měření poměru odporů (velké hodnoty R) nebo měřením poměru úbytků napětí).

3.4. Metrologie stejnosměrného proudu

3.4.1. *Návaznost stejnosměrného proudu*

Úrovně návaznosti	Etalony	Dosahované nejistoty
Výpočet z Ohmova zákona ($I = U/R$) na základě měření napětí na etalonech R velmi přesným voltmetrem.	Velmi přesné kalibrátory, multimetry,...	řádově 5 ppm
Přenos na laboratorní/zákaznické	Méně přesné multimetry,	Řádově od 10

přístroje.	kalibrátory, ampérmetry, ...	ppm
------------	------------------------------	-----

3.4.2. *Přenos jednotky na laboratorní/zákaznické přístroje*

Jako laboratorní přístroje se obvykle používají kalibrátory, které mají rozsah do 2 A (s transkonduktančním zesilovačem do 20 A). Kalibrace DCI funkce probíhá měřením úbytku napětí na etalonu R pomocí velmi přesného laboratorního multimetru v DCV režimu.

Kalibrace funkce DCI u laboratorních pomocí kalibrátoru nebo měřením úbytku napětí na do série zapojeném etalonu R.

Kalibrátory a laboratorní multimetry slouží ke kalibraci zákaznických měřidel.

3.5. Metrologie střídavého napětí a proudu

3.5.1. *Návaznost střídavého napětí a proudu*

Úrovně návaznosti	Používané etalony	Dosahované nejistoty (1V)
AC/DC difference (+ kvantový etalon).	AC/DC etalony (+ ACJVS nebo PJVS).	Řádově 1ppm (1kHz) až 10 ppm (1MHz)
Odvození absolutních hodnot ACV a ACI od AC/DC difference a DCU, DCI.	AC měřicí etalony	Řádově od 5p pm (1kHz) až 100 ppm (1MHz)
Přenos ACV a ACI na laboratorní přístroje.	Velmi přesné multimetry a kalibrátory	Řádově od 15 p pm (1kHz) až 1500 ppm (1MHz)
Přenos ACV a ACI na zákaznické přístroje.	Méně přesné multimetry, kalibrátory, voltmetry, ampérmetry,..	Řádově od 100 ppm

3.5.2. *AC/DC difference*

Základním etalonem je termokonvertor (Thermal Converter, TC), který obsahuje rezistor a termočlánek. Elektrický výkon vytvářený na rezistoru střídavým a stejnosměrným proudem se zcela přeměňuje na Joulovo teplo. To obvykle měří senzory (termočláanky), jejichž vstupy reagují přímo na teplotu a

jejichž výstupy dávají DC napětí, které je úměrné uvolněnému teplu. “AC-DC difference” je základní veličina charakterizující AC/DC etalon a je definována následující rovnicí:

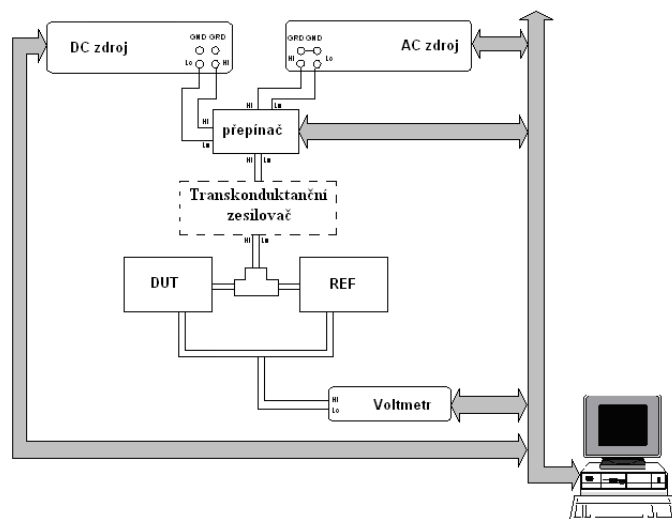
$$\delta_{AC/DC} = \frac{U_{out_AC} - U_{out_DC}}{nU_{out_DC}} \quad (3.1)$$

kde U_{out_DC} je aritmetický průměr hodnoty výstupního napětí termokonvertoru při kladné a záporné polaritě vstupního DC proudu, U_{out_AC} je hodnota výstupního napětí termokonvertoru při vstupním AC proudu, n je tzv. mocninný koeficient použitého termokonvertoru, který reprezentuje jeho převodní charakteristiku, která se blíží kvadratické závislosti.

Výhodou termokonvertorů je velmi vysoká dlouhodobá stabilita (rekalibrace až po deseti letech), nevýhodou, že jsou samostatně použitelné pouze pro velmi malý napěťový či proudový rozsah (často např. 100mV až 1V, 3 až 10 mA). Nevýhodou je také poměrně zdlouhavé měření, kdy se termokonvertor nejprve musí stabilizovat na měřené napěťové (proudové) úrovni (řádově nad 100 min.) a poté je zahájeno měření AC-DC difference (přepínání mezi AC a DC napětím/proudem po cca 40 s až 60 s). Firma Fluke vyvinula tzv. polovodičový logaritmický termokonvertor, který využívá teplotní závislosti přechodu báze-emitor u tranzistoru. Díky tomu je měření s ním rychlejší (stabilizace na zvoleném rozsahu 15 až 20 min., přepínání mezi AC a DC napětím/proudem po cca 20 s až 30 s). To je však vykoupeno horší dlouhodobou stabilitou. Tento termokonvertor je uvnitř AC/DC porovnávacího etalonu fy. Fluke typ 792A, který navíc pomocí mV zesilovače a odporových děličů umožňuje měřit široký rozsah napětí od 1 mV do 1 kV. Pro měření AC/DC difference malých napětí se používají tzv. mikropotenciometry, které sestávají z TC a výstupního diskového rezistoru, na kterém se objevuje mV napětí.

Stupnice AC/DC difference napětí se pak odvozuje krokováním napětí ze základní jmenovité hodnoty referenčního termokonvertoru a známých AC/DC diferencí (např. 1 V) nahoru na 1 kV a dolů na 1 mV. Princip krokování nahoru spočívá v tom, že se TC se předradí rozsahový rezistor (napětí se rozdělí na TC a RR) a zvýší se napěťový rozsah. Zároveň se předpokládá, že TC ani RR jsou v daném rozsahu napěťově nezávislé. Podobně se odvozuje i stupnice AC/DC difference proudů s tím, že místo rozsahových rezistorů se používají proudové bočníky a TC měří výstupní napětí těchto bočníků. Pro odvození stupnice

malých napětí se nejprve etalon 792A zkalibruje na 100 mV pomocí TC a potom je použit ke kalibraci prvního mikropotenciometru, který je v dalším kroku použit jako etalon při kalibraci 792A na nižší mV úrovni. 792A tedy slouží jako přenosové zařízení při kalibraci μ potů nižších rozsahů pomocí μ potů vyšších rozsahů.



Obrázek 3.2 Blokové schéma zapojení pro měření AC/DC difference

3.5.3. Přenos jednotky na AC měřicí etalony

AC měřicí etalony (AC measuring standards, ACMS) jsou AC voltmetry, které obvykle měří jen AC napětí a proud (popř. i AC/DC diferenci) a to s vysokou přesností. AC (i AC/DC) kalibrace těchto etalonů se děje pomocí 792A a μ potů. Sestava pro měření je analogická k sestavě pro měření AC/DC difference (Obrázek 3.2 Blokové schéma zapojení pro měření AC/DC difference). Pro AC kalibraci je nutná znalost i DC hodnot napětí a proudu, proto je nutné buď nejprve zkalibrovat DC zdroj nebo některé ACMS mají speciální DC, který je možné zkalibrovat a DC napětí měřit pomocí něj.

3.5.4. Přenos jednotky na laboratorní přístroje

Jako laboratorní přístroje se obvykle používají kalibrátory, které mají rozsah do 1 kV a do 2 A (s transkonduktančním zesilovačem do 20 A). Kalibrace ACV a ACI se děje porovnáním s AC měřicím etalonem. Laboratorní multimetry jsou většinou kalibrovány pomocí kalibrátorů.

Kalibrátory a laboratorní multimetry pak slouží ke kalibraci zákaznických měřidel.

3.6. Metrologie impedancí

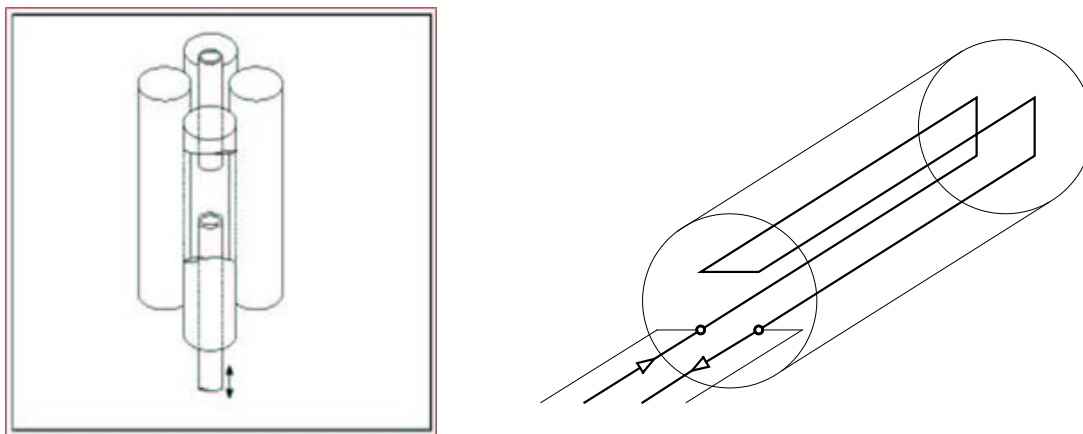
3.6.1. Návaznost impedancí

Úrovně návaznosti	Používané etalony	Dosahované nejistoty (1kHz)
Kvantový etalon (experimentální). Vypočitatelné etalony (1 pF, 1Ω až 10 kΩ).	(kvantový etalon QHS) Vypočitatelný etalon kapacity a odporu (indukčnosti).	C ... 0,01 ppm R ... 1 – 10 ppm
Odvození stupnice pomocí impedančních mostů (C,R,L)	Sada etalonů R, C a L.	C ... 1 ppm R ... 10-100 ppm L ... 100 ppm
Přenos hodnot R,L,C na laboratorní/zákaznické přístroje.	RLC mosty, sady etalonů, ...	Řádově 0.1 - 1 %

3.6.2. Vypočitatelné etalony C a R

Vypočitatelný etalon kapacity je tvořen čtyřmi pevnými elektrodami a jednou pohyblivou (Obr. 3,) kdy podle Thompsonova- Lampardova teorému platí: $\Delta C / \Delta l = \epsilon_0 \cdot \ln 2 / \pi$. Při $\Delta l \sim 0,5$ m je $\Delta C \sim 1$ pF. Obvykle se konstruuje pouze pro hodnotu 1 pF.

Vypočitatelné etalony mají vypočitatelnou AC/DC difference odporu. Před odvozením ACR je tedy nutno změřit hodnotu ss odporu. Vypočitatelné etalony odporu se konstruuji pro hodnoty 1Ω až 10 kΩ a bývají vinuté (bifilární, kvadrifilární, oktafilární).



Obrázek 3.3 Princip vypočitatelného etalonu C (vlevo) a R (vpravo)

3.6.3. Odvození stupnice R , L , C

Odvození stupnice C a R se děje krokováním z vypočitatelných etalonů. Pro odvození stupnice C se využívají transformátorové mosty, které používají indukční poměrové prvky (napětové transformátory a indukční děliče), které mají velmi dobrou stabilitu.

Pro odvození stupnice R se používají můstky s indukčními děliči či proudovými komparátory. Stupnici R lze také odvodit od C pomocí tzv. kvadraturních můstků.

Odvození indukčnosti je možné též od vypočitatelných etalonů L , což se však v praxi příliš nepoužívá. Obvykle se indukčnost odvozuje od etalonů C a to následujícími způsoby:

- Paralelní rezonanční obvod LC – celková impedance měřená na kapacitním (Maxwell – Wienově) mostě (hodnoty od 100 mH do 10 H)
- Měření L v sérii s C na kapacitním mostě (hodnoty od 1 μ H do 10 H)
- Měření záporného C na kapacitním mostě (hodnoty od 10 H do 10 kH)

Těmito způsoby lze vytvořit referenční sadu etalonů R , C i L , které slouží k uchování jednotky a k její přenesení na pracovní sady R , L , C , které je používají pro kalibrace.

3.6.4. Přenos jednotky na laboratorní/zákaznické přístroje

Jako laboratorní přístroje se používají zejména precizní automatické RLC mosty, které umožňují měřit řadu parametrů ($R, L, C, Z, Q, D, \dots$), ty lze kalibrovat s pomocí interní kalibrace (kdy most změří několik etalonů $C (R, L)$ v několika frekvenčních bodech, na jejichž základě se sám dostaví – tzv. artefakt kalibrace).

S pomocí automatických precizních RLC mostů se pak kalibrují zákaznické sady. Někteří zákazníci mají také RLC mosty, které se kalibrují pomocí pracovní sady R, L a C .

3.7. Metrologie elektrického výkonu

3.7.1. Návaznost elektrického výkonu

Úrovně návaznosti	Používané etalony	Dosahované nejistoty (50 Hz, účinník = 1)
AC/DC difference + DCV DCV + čas (vzorkování)	Výkonové komparátory Vzorkovací wattmetry	od 0,01 % od 0,001 %
Přenos na laboratorní přístroje	Etalonové elektroměry (elektroměrné stanice), kalibrátory výkonu	~ 0,05 % od 0,02 %
Přenos na zákaznické přístroje	Elektroměry, kvalimetry	TP 0,2 % ; 0,5 %; 1 %; 2 %

3.7.2. Výkonové komparátory a vzorkovací wattmetry

Výkonové komparátory využívají principu AC/DC difference, díky tomu mají velmi dobrou dlouhodobou stabilitu. Nevýhodou je poměrně omezený rozsah měřených frekvencí. Např. měřicí rozsah komparátoru fy. HEG typ K2005 je: ACV: 6 V – 530 V, ACI: 5 mA – 110 A, frekvence: 45 Hz – 65 Hz. Komparátory měří napětí, proud, činný, jalový, zdánlivý výkon, fáze, účinník, frekvenci. Slouží především pro kalibrace etalonových elektroměrů.

Vzorkovací wattmetry pracují se synchronním vzorkováním ACV a ACI signálu (návaznost na DCV a čas). Obvykle jsou tvořeny dvěma vzorkovacími DMM

(jeden pro ACV a druhý ACI), které vzorkují výstup z napěťového děliče (přizpůsobujícího velikost měřeného ACV pro vstup DMM) a proudového bočníku (přizpůsobujícího velikost měřeného ACI pro vstup DMM). Vzorkovací frekvence se pohybuje od 150 kHz. Tím je možné je použít pro měření v širším frekvenčním rozsahu, což dává možnost měření různých parametrů spojených s kvalitou el. energie. Vzorkovací wattmetry se tak používají zejména pro kalibrace kalibrátorů výkonu.

3.7.3. *Elektroměrné stanice a kalibrátory výkonu*

Elektroměrné stanice slouží k ověřování elektroměrů. Jejich jádrem je etalonový elektroměr a výkonový zdroj. Umožňují ověřování více elektroměrů současně v automatickém režimu.

Kalibrátor výkonu je multifukční třífázový výkonový zdroj. Kromě ACV a ACI je možnost nastavit mnoho dalších parametrů (harmonické, interharmonické, fluktuující harmonické, poklesy, přírůstky, přerušení, ...), proto se používají pro kalibraci měřidel kvality el. energie, výkonových analyzátorů apod.

3.8. Seznam použité literatury

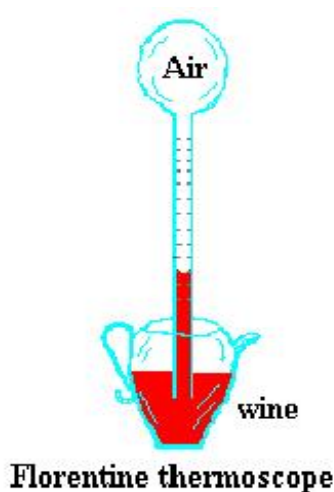
- [1] BOHACEK J. Metrologie elektrických veličin. ČVUT, 1994. 238 stran. ISBN 80-01-01152-6.
- [2] KINARD, J. R., HASTINGS, J. R., LIPE, T.E., CHILDERS, C.B. NIST Measurement Services: AC-DC Difference Calibrations. Washington, DC: U.S. Government Printing Office, 1989. 308 stran. Library of Congress No. 89-600736.
- [3] Sborníky conference CPEM (Conference on Precision Electromagnetic Measurment), www.cpem.org.

4. ZÁKLADY METROLOGIE TEPLoty

Ing. Jan Otych (Český metrologický institut Brno)

4.1. Historie teploměru a teploměrné stupnice

Dnes jsou teploměry snad nejznámějším fyzikálním přístrojem. Ale ještě před několika staletími byli úplně neznámé. Teplota se určovala podle tělesných pocitů, při výrobě kovů a keramiky se lidé řídili barvou rozžhavených předmětů nebo roztavením kovů.



Obr. 4.1: Vzduchový termoskop

Teprve na samém začátku 17. století **Galileo Galilei**, slavný profesor univerzity v Padově v Itálii, využil tepelné roztažnosti vzduchu k měření teploty. Tento primitivní teploměr byl tvořen tenkou skleněnou trubičkou dlouhou asi 30 cm a zakončenou baňkou. Baňku zahřál rukou a "teploměr" (říkalo se mu vzduchový termoskop) vložil otevřeným koncem trubičky do nádoby s obarvenou vodou. Chladnoucí vzduch se smršťoval a vlivem tlaku okolního vzduchu na hladinu voda vnikala do trubičky. Po vychladnutí přejímala baňka teplotu okolního vzduchu a výška vodního sloupce v trubičce se měnila podle změn objemu vzduchu v baňce, který se zase měnil podle teploty vzduchu. Na rozdíl od dnešních teploměrů při oteplení hladina klesala a při ochlazení stoupala. Přístroj ještě neměl stupnici.

Po Galileim experimentovali s podobnými teploměry **Otto von Guericke** a **Gaspar Schott**. Zdokonalili *termoskop* tím, že použili uzavřeného systému se dvěma baňkami na koncích spojovací trubička ve tvaru U, v níž byla tekutina.

Ještě v témže století se objevují teploměry, v nichž teploměrnou látkou je kapalina. Zřejmě první sestrojil roku 1631 francouzský lékař **Jean Rey**, který použil jako teploměrnou látku vodu. Nevýhodou tohoto teploměru byla malá roztažnost vody. Proto se hledaly jiné vhodné tekutiny. Jako nejvhodnější se ukázaly líh a rtuť. První lihový teploměr sestrojil roku 1641 toskánský velkovévoda **Ferdinand II**. V té době sice teploměry již měly stupnice, ty však nebyly jednotné, takže údaje změřené jednotlivými teploměry se nemohly porovnat. První teploměry s "normalizovanou" stupnicí byly sestrojeny až kolem roku 1650.

Kromě jednotné stupnice bylo také nutno stanovit její počátek. Anglický fyzik **Robert Boyle** stanovil v r. 1664 u svého teploměru jako základní bod stupnice teplotu tajícího ledu. V roce 1665 určil další stálý bod stupnice holandský vědec **Christian Huygens**. Byla to teplota varu vody při normálním tlaku ovzduší (tj. 1013 hPa, neboť jak víme, s klesajícím tlakem klesá i bod varu vody). A tak **Huygens** navrhl, aby se za základ stupnice teploměru vzala buď teplota tání ledu nebo teplota varu vody, čímž vlastně navrhl způsob používaný dodnes.

To však nebránilo **Danielu Gabrielu Fahrenheitovi**, který začal o nějakých 50 let později vyrábět lihové a posléze i rtuťové teploměry v Holandsku, aby si svérázně vybral za počátek stupnice svých teploměrů teplotu směsi ledu, vody a salmiaku. Za horní základní teplotu stanovil teplotu zdravého člověka a označil ji číslem 96 (?). Vzdálenost mezi oběma teplotami rozdělil na 24 dílů a každý z nich pak ještě na další 4, aby tak konečně dostal stupně! Teplota tání ledu je na této stupnici označena 32 a teplota varu vody číslem 212. Je s podivem, že takto komplikovaně zkonstruovanou a zcela nelogickou stupnici dodnes používají v např. v USA. Rozumnější **René de Réamur**, pařížský zoolog, navrhl stupnici s nulou při teplotě tání ledu a s hodnotou 80 při teplotě varu lihu (později tato hodnota odpovídala teplotě varu vody).

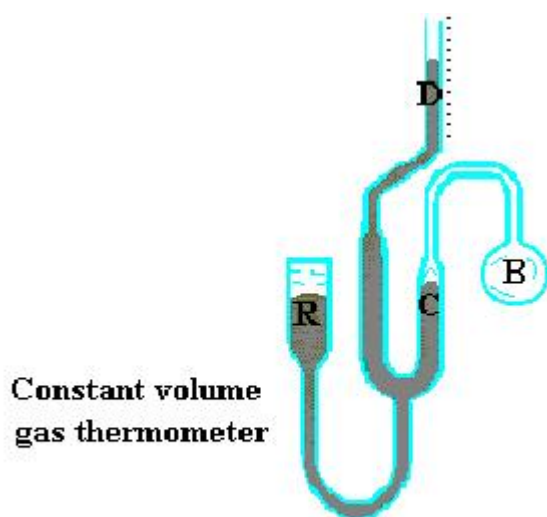
Švédský matematik a geodet **Anders Celsius** (1701-1744) zavádí do měření desítkovou soustavu, kde teplota varu vody má číslo 0 a teplota tání ledu číslo 100. Jméno toho, kdo později tyto hodnoty obrátil tak, jak je známe a

používáme dnes, nebylo s jistotou zjištěno (pravděpodobně Carolus Linnaeus z Upsaly). Jednotkou této stupnice, jak víme, je teplotní stupeň Celsiův (°C).

V roce 1780 prokázal francouzský fyzik **J.A.C. Charles**, že pro stejný vzestup teploty vykazovaly všechny plyny tentýž vzestup objemu. O 100 let později na základě prací **P. Chappuise** byla přijata praktická stupnice pro mezinárodní metrologii, založená na plynovém teploměru s konstantním objemem vodíku s pevnými body 0 °C (bod ledu) a 100 °C (bod páry).

4.2. Princip plynového teploměru:

U teploměru s konstantním objemem plynu je velká baňka s plynem (např. vodíkem) B pod stanoveným tlakem propojena se rtutí naplněným „manometrem“ trubičkou o velmi malém objemu. Baňka B snímá teplotu a měla by obsahovat téměř všechnu plyn. Hladinu rtuti v trubici C lze nastavovat zvýšením nebo snížením zásobníku rtuti R. Tlak plynu je lineárně závislý na teplotě (řídí se stavovou rovnicí plynu: $pV = RT$).



Obr 4.2: Plynový teploměr

4.3. Fyzikální základy - teplota, jednotky, stupnice

Teplota je stavová veličina. Teplota je v podstatě mírou kinetické energie pohybujících se molekul.

Stavová rovnice ideálního plynu $P \cdot V = R_p \cdot T$

$$\text{Planckův zákon} \quad H_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5 * (e^{\frac{C_2}{\lambda * T}} - 1)} \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \mu\text{m}^{-1} \text{Sr}^{-1})$$

$$\text{Wienův zákon} \quad H_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5} * e^{\frac{C_2}{\lambda * T}} \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \mu\text{m}^{-1} \text{Sr}^{-1})$$

4.3.1. Veličiny a jednotky

- termodynamická (teplota T nebo θ)
 - o jednotka kelvin (K), (1/273.16 termodynamické teploty trojného bodu vody)
- Celsiova teplota (t nebo ϑ)
 - o jednotka Celsiův stupeň (°), $t = T - 273,15$
- Fahrenheitova teplota (t_F)
 - o jednotka Fahrenheitův stupeň (°F), $t_F = \left(\frac{9}{5}\right)t + 32$

4.4. Teplotní stupnice - termodynamická, Fahrenheitova, Celsiova, mezinárodní

(ČSN 25 8005)

Teplotní stupnice - souhrn číselných hodnot přiřazených přesně stanoveným způsobem teplotám

Termodynamická teplotní (Kelvinova) stupnice - termodynamická teplotní stupnice určená teplotou trojného bodu vody rovnou přesně 273.16 K

Fahrenheitova teplotní stupnice - $0^\circ\text{C} = 32^\circ\text{F}$, $100^\circ\text{C} = 212^\circ\text{F}$

Celsiova teplotní stupnice - teplotní stupnice odvozená od Kelvinovy teplotní stupnice posunutím o teplotu 273.15 K, což je hodnota o 0.01 K nižší než termodynamická teplota trojného bodu vody

Mezinárodní teplotní stupnice - mezinárodně přijatá teplotní stupnice sestavená tak, aby teploty, které se podle ní naměří, byly blízkou aproximací číselně odpovídajících termodynamických teplot.

4.4.1. *Mezinárodní teplotní stupnice (vývoj, princip, interpolační prostředky)*

Vývoj

- původně bod tání ledu a bod varu vody, později další body
- 1927 VII. CIPM - dohodnuta 1. mezinárodní jednotná teplotní stupnice ITS-1927
- 1948 teplotní stupnice revidována - dohodnuta IPTS-1948
- 1960 XI CIPM - další úpravy
- 1968 dohodnuta IPTS-1968 (v ČSSR od 1.7.1969)
- 1990 dohodnuta ITS-1990

Princip

Mezinárodně dohodnutá teplotní stupnice slouží k praktickému měření teplot, je blízká termodynamické stupnici. Mezinárodní stupnici realizují:

- pevných bodů (body tání, body tuhnutí, trojné body prvků resp. sloučenin)
- interpolační přístroje (definují teplotu mezi hodnotami pevných bodů)
- interpolační vztahy (rovnice pro aproximaci převodních charakteristik interpolačních přístrojů)
- případně experimentální postupy

Interpolační prostředky

- odporový teploměr
- termoelektrický článek
- černé těleso

4.5. *Fyzikální základy měření teploty (roztažnost látek, elektrické vlastnosti, záření)*

délková roztažnost

rozdílná délková roztažnost

objemová roztažnost

teplotní součinitel rozpínavosti, rozpínavost

závislost tlaku syté páry na teplotě

závislost el. odporu kovových materiálů na teplotě

teplotně závislé děje v polovodičových materiálech

polykrystalické (termistory)

monokrystalické bez PN přechodu

monokrystalické s PN přechodem

termoelektrický jev (Seebeckův jev)

Planckův zákon (viz. bod 1), Wienův zákon

4.6. Základní pojmy - dotykové, bezdotykové teploměry, teploměr, snímač, čidlo, měřicí řetězec

(ČSN 258005, ČSN 010115)

Teploměr - přístroj k měření teploty

Dotykový teploměr - teploměr založený na vedení tepla mezi měřeným předmětem a čidlem teploměru

Bezdotykový teploměr - měřicí zařízení k indikaci teploty, jehož čidlo není ve styku s měřenou látkou a jehož údaj je odvozen s elektromagnetického záření, vysílaného tělesem, jehož teplota se zjišťuje.

Snímač - část měřicího přístroje nebo měřicího řetězce, na kterou bezprostředně působí měřená veličina

Snímač teploty - samostatná konstrukční část teploměrového zařízení anebo zařízení k řízení teploty, která obsahuje teplotní čidlo

Čidlo teplotní - základní funkční část teploměru nebo snímače teploty, převádějící teplotu v měřeném místě na veličinu vhodnou k vyhodnocení.

Měřicí řetězec - série měřicích členů, kterými prochází měřicí signál od vstupu až po výstup

4.7. Druhy teploměrů

- **DOTYKOVÉ**
 - **odporové**
 - kovové (Pt, Cu, Ni, Fe, Au, Ag, Pd, In ..., Rh-Fe, konstantan, manganin, ...)
 - nekovové-polovodičové
 - polykrystalické (kysličníkové (pozistory, negastory), bez obsahu kyslíku)
 - monokrystalické (s PN přechodem, bez PN přechodu)
 - **termoelektrické** (S, B, K, T,...)
 - **mechanické**
 - dilatační
 - kovové (tyčové, bimetalické)
 - kapalinové (skleněné, tlakové)
 - plynové
 - parní
 - **speciální** (strunové, piesoelektrické)
- **BEZDOTYKOVÉ**
 - **pyrometry**
 - spektrální-jasové-monochromatické
 - pásmové-fotoelektrické
 - barvové (srovnávací, poměrové), radiační)
 - **fotografické měření**
 - **termovizní systémy**
 - kvantové detektory
 - pyroelektrické detektory
 - snímací systémy s postupným rozkladem obrazu
 - přímo zobrazující systémy

4.8. Návaznost v oboru teplota (schéma návaznosti)

TPM 3040-95 - závazné pro ÚNMZ, ČMI, AMS

Primární etalonážní řád (realizované pevné body, interpolační přístroje, interpolační vztahy), sekundární etalonážní řád (1.řád, 2.řád), pracovní měřidla (včetně stanovených měřidel a pracovních etalonů)

4.9. Vyjadřování přesnosti v oboru teplota u různých teploměrů

Přesnost měření v oboru teplota vyjadřujeme formou standardní nejistoty. Metodika vyjadřování nejistot viz. TPM 0050-93, TPM 0051-93, EAL-R2 resp. WECC 19

Základní pojmy: rozšířená standardní nejistota, standardní kombinovaná nejistota, standardní nejistota typu A, standardní nejistota typu B, směrodatná odchylka, rozptyl, kovariance, korelace, Gausův zákon šíření nejistot, kovarianční zákon šíření nejistot, zdroj nejistoty, pravděpodobnostní rozložení, citlivostní koeficient, koeficient pokrytí, konfidenční pravděpodobnost.

Majoritní zdroje nejistot při kalibracích teploměrů:

- nepřesnost odměru hodnot kalibrovaného teploměru (dělení stupnice, rozlišení, multimetr, vedení,...)
- nepřesnost odměru hodnot etalonového teploměru (dělení stupnice, rozlišení, multimetr, vedení,...)
- teplotní pole (homogenita, stabilita, odvod tepla, emisivita černého tělesa,...)
- početní operace (interpolace, aproximace, zaokrouhlování,...)
- lidský faktor (paralaxní chyba, odhad shody jasu,...)

4.10. Druhy odporových teploměrů a jejich vlastnosti

Obecné požadavky: co největší a stálý teplotní součinitel odporu, co největší resistivita, zanedbatelná hystereze, nezávislost na ostatních vlivech

Druhy odporových čidel:

- KOVOVÉ

- Pt ((-200 až 1100) °C chemická stálost, vysoká teplota tavení, možnost dosažení vysoké čistoty, dlouhodobá stálost odporu, velká citlivost na magnetické pole při nižších teplotách, nákladné)
- Cu (-200 až 200) °C nižší dlouhodobá stálost, nižší citlivost, lineární teplotní závislost)
- Ni ((-60 až 180) °C max. 300 °C, velký teplotní součinitel odporu, menší dlouhodobá stálost než Pt)
- Fe, Au, Ag, Pd, In, ...
- NEKOVOVÉ (polovodičové)
 - monokrystalické
 - bez PN přechodu, s přechodem PN
 - germanium ((1 až 100)K, velmi přesné a citlivé od 1 K až 30 K, značná závislost na mag. poli)
 - galium-arzenid ((3 až 300)K podobné jako germaniové, menší závislost na mag. poli)
 - křemík (-160 až 300) °C
 - polykrystalické
 - kyslíčnickové-termistory ((4.2 až 600) K: Fe_2O_3 , TiO_2 , CuO , MnO , NiO , CoO , BaO ..., do 1000 °C: směsi oxidů vzácných zemin, teplotní součinitel 5x až 50x větší než u kovů, R_0 od 0.1 Ω do jednotek $\text{M}\Omega$, malé rozměry, horší časová stálost)

4.11. Pt odporové teploměry (konstrukce, zapojení, mat. vztahy, přesnosti, výhody a nevýhody)

Konstrukce

čidlo - platinový element (drátek $d=(0.002 \text{ až } 0.5)\text{mm}$),

kostra - (kříž, trubička, plochý terč, trubička svinutá do tvaru spirály, ptačí klec)

vnitřní vedení - k čidlu přivařeny silnější vývody (několik milimetrů dlouhé), k nim potom vodiče vnitřního vedení (platina, zlato, paládium s vrstvičkou platiny, stříbro, niklové slitiny) - 2-, 3-, 4- vodičové, s pomocnou smyčkou.

stonková trubice - chrání měřicí odpor a vnitřní vedení (křemenné sklo, keramika, platina, slitiny platiny, niklové slitiny, legovaná ocel, měď, slitiny mědi)

spojovací vedení - spojuje snímač (teploměr) s vyhodnocovacím přístrojem (2-, 3-, 4- vodičové) (měď)

hlavice - kovová (svorkovnice z keramiky)

Zapojení

a) 2-vodičové (korekce na odpor vnitřního vedení)

b) 3-vodičové (stejný odpor spojovacích vodičů)

c) 4-vodičové (nutné pro etalony)

d) s pomocnou smyčkou (stejný odpor spojovacích vodičů)

ad b), c), d) nezávisí při vhodném zapojení na odporu spojovacího vedení (do cca 100 Ω)

Vztahy

ČSN IEC 751(polynom), ITS 90 (referenční funkce, odchylková funkce)

$$R = R_0 * (1 + At + Bt^2 + C(t-100)t^3) \quad \text{polynom}$$

Přesnost

- závisí na konstrukci, provedení a kalibraci (přesnost měření dále na metodice a aparatuře)

etalony - TPM 3040-95 (1. a 2. řád) - vyjadřuje se nejistotou

provozní - ČSN IEC 751 (třída přesnosti A, B) - vyjadřuje se třídou přesnosti

4.12. Termoelektrické články (princip, základní pravidla, druhy, vlastnosti, rozsahy teplot, výhody a nevýhody, přesnost)

Princip

Fyzikální podstatou termoelektrického jevu je přímá přeměna tepelné energie na elektrickou a naopak. Na styku dvou kovů vzniká rozdíl potenciálů úměrný teplotě tohoto místa. Při uzavření obvodu bude výstupní termoelektrické napětí úměrné rozdílu teploty obou míst (Seebeckův jev). Termoelektrické napětí je funkcí materiálů vodičů (větví) a difference teplot větví.

Základní pravidla

V označení se jako 1. uvádí kladná větev. Kompenzační a prodlužovací označení obdobné jako TC. Základní zapojení (se srovnávacím spojem, s elektrickou kompenzací, diferenční, sériové, paralelní zapojení), Korekce na teplotu srovnávacího spoje.

Přesnost

Přesnost termoelektrického článku může být vyjádřena třídou přesnosti dle ČSN IEC 584 nebo nejistotou kalibrace (až 1/5 z tolerance třídy přesnosti) viz schéma návaznosti TPM 3040-95 přičemž je nutno mít na paměti časovou stálost charakteristiky.

4.13. Klasické a plášťové termoelektrické články (provedení, výhody a nevýhody, vlastnosti)

Provedení

Klasické t.č.- vlastní termoel. článek je volně ložený do izolační keramiky a s ní do kovové nebo keramické stonkové trubice. Pokud není t.č. přivařený ke dnu stonkové trubice, je toto spojení snadno rozebíratelné.

Plášťové t.č. - vlastní t.č. je pevně spojený s izolací a pláštěm lisováním (nerozebíratelný celek). V jednom plášti je jeden nebo několik t.č., ve zvláštních případech tvoří plášť jednu větev termočlánekové dvojice. Měřicí spoj je buď izolovaný od pláště (výhodou je možnost kdykoliv změřit izolační odpor - doporučuje se pro běžná použití) nebo tvoří uzávěr pláště a je s ním pevně spojený (neizolované provedení - výhodou je kratší časová konstanta). Dodávají se jako „konfekce“ (snímače o dané délce s hlavicí) nebo jako „plášťový kabel“. Vnější průměr pláště - od 0.2 do 6 mm (běžně 1 až 3 mm), délka obvykle 0.1 až 200 m, materiál pláště obvykle speciální legované oceli, někdy slitiny Al, Cu, Cr, výjimečně slitina PtRh10. Zejména druhy J a K, pro zvláštní použití i S a B.

4.13.1. Výhody a nevýhody plášťových t.č. ve srovnání s klasickými t.č.

Výhody: mechanická odolnost, odolnost proti vlhkosti, agresivnímu prostředí, tlaku, vibracím, snadná montáž na nepřístupná místa, možnost ohýbat t.č. (min průměr ohybu asi 5 průměrů pláště), možnost délek i několika desítek metrů.

Nevýhody: vysoký ohmický odpor, obtížné zhotovení měrného spoje.

4.14. Doporučené termoelektrické články a jejich vlastnosti

R PtRh13-Pt (-50 až 1770)°C $U_t >$ typ S, v anglosaských zemích

S PtRh10-Pt (-50 až 1770)°C 0.5 mm (ne 0.35mm klesá životnost), etalon, dobrá stabilita dlouhodobě do 1300°C použití oxidační atm., vzduch, vakuum, nev redukční atm., změny způsobuje H₂, Si, S, kovy, oxidy uhlíku, As, fosfor,

jen v trubicích z keramiky - ne z Si, nad 1000°C rostou ruš. vlivy zřídka s pláštěm (slitina Pt a Rh někdy jako větev PtRh10)

B PtRh30-PtRh6 (0 (300) až 1820)°C 0.5 mm, etalon, pod 300 °C málo citlivý,

dlouhodobě do 1500°C nad 1000°C citliv. = typ S
a $U_t <$ typ S, nad 1200°C stab. $>$ typ S

použití v oxidační atm, neutrální atm., vakuum

použ. oxidační, redukční, inertní atm., vakuum,
ne neutron. tok

K NiChr-Al (-270 až 1370)°C typy Hoskins, NiCr-Ni, chromelalumel, thermokanthal, ..

K-stavy (hystereze od 200 °C do 600°C), necitl. na neutron. tok

použití v oxidační i inertoní atm., ne (redukční atm., vakuum,

síra)

N NiChrSi-NiSi (-270 až 1300)°C (nikrosil-nisil), stabilnější jak K, potlačená hystereze, $U_t < K$, použití i v neutronovém toku, pro jadernou energetiku

4.15. Skleněné teploměry (ST) (princip, druhy skla, kapaliny, typy, konstrukce, přesnosti)

Princip

Je založen na relativní změně objemu kapaliny ve skle. Teploměrová kapalina je soustředěna v teploměrové nádobce. S rostoucí teplotou zvětšuje teploměrová kapalina svůj objem více než teploměrová nádobka a stoupá proto úzkou trubičkou připevněnou k nádobce. Tato trubička přechází ve stonku teploměru nebo u začátku stupnice v měřicí kapiláru. Kapilára přechází na konci v expanzní nádobku, která umožňuje malé přehřátí teploměru nad udaný rozsah bez jeho poškození. U některých teploměrů se další přídatnou nádobkou docílí zvětšení celkového rozsahu teploměru a potlačení části rozsahu. Běžně se používají k měření teplot v rozsahu (-90 až 630)°C.

Druhy skla

Speciální teploměrová skla - snaha podstatně snížit vratné krátkodobé (deprese nulového bodu, elevace nulového bodu) a nevratné dlouhodobé (stárnutí) změny údaje teploměru.

Kapaliny

Smáčivé - organické sloučeniny (pro rozsah (-90 až +30)°C) např. líh, toluol, pentanová směs, petrolej

nesmáčivé (kovové) - rtuť (od -35°C), amalgam thalia (-58 až +30)°C, gallium (nad 620 °C), cín (nad 620 °C).

Typy

- dle funkce: technické, laboratorní, etalonové
- dle konstrukčního provedení: - obalové a tyčinkové
 - přímé a úhlové
 - stonkové a bez stonku
- dle určeného ponoru pro měření: pro plný ponor, pro částečný ponor
- dle teploměrové kapaliny: se smáčivou kapalinou, s nesmáčivou kapalinou
- speciální teploměry: kalorimetrické, Beckmanovy, Mahlkeho, se stavitelnou stupnicí, kontaktní, jednoúčelové

4.16. Tlakové teploměry

Tyto teploměry patří mezi kapalinové dilatační teploměry, využívající objemové teplotní roztažnosti teploměrové kapaliny.

Nečastější náplní tlakových teploměrů je rtuť pro teploty od -30 do +600 °C. Organické kapaliny se používají pro rozsahy od -35 do +350 °C. Materiály teploměrného systému rtuťových tlakových teploměrů je legovaná ocel, pro organické kapaliny pak měď, mosaz a bronz.

Výhody :

- robustní konstrukce
- lineární stupnice přístroje
- velká přestavující síla
- poměrně velký rozsah (až 600 °C)

Nevýhody:

- nutnost korekce údaje na okolní teplotu
- nutnost korekce při změně polohy nádoby vůči přístroji
- nutnost použití ke konstrukci dokonale vystárnutého materiálu

Hlavní oblast použití:

- měření teplot v těžkých provozních podmínkách i pro venkovní montáž v systému je stále vysoký přetlak
- signalizační a regulační teploměry
- možnost použití k dálkovému měření (do 50m).

4.17. Parní teploměry

Jsou uspořádány podobně jako tlakové teploměry. Teploměřová kapalina zaplňuje teploměrovou nádobku jen zčásti a zbytek je vyplněn její sytou parou. Měřicí přístroj - tlakoměr - má podstatně menší rozsah (řádově desetiny MPa) a tím je dána i jeho konstrukce.

Výhody:

- malé pořizovací náklady
- kapilára až 50m
- není nutná kompenzace na hydrostatický tlak teploměrové kapaliny a na okolní teplotu
- krátká doba náběhu
- vysoká citlivost

Nevýhody:

- nelineární stupnice
- malé rozpětí (50 až 100 °C)
- malý rozsah (do 400 °C)
- nutnost ochrany před přetížením

Hlavní oblast použití: v průmyslu k měření a signalizaci teploty

4.18. Dvojkovové teploměry

Tyto teploměry patří mezi dilatační kovové teploměry, které pracují na principu rozdílné délkové roztažnosti dvou kovových materiálů.

Výhody:

- malé pořizovací náklady
- robustní konstrukce
- značná přestavující síla
- lineární stupnice

Nevýhody:

- rozsah jen do 500 °C,
- nižší přesnost (1,5%),
- velmi „pomalé“

Hlavní pole použití:

- k orientačnímu měření teploty,
- jako čidla dvoupolohových regulátorů teploty.

4.19. Bezdotykové teploměry

Teplotu těles lze měřit na základě záření, které těleso vysílá do chladnějšího prostředí.

4.20. Optické pyrometry

Sledují světlo zvolené vlnové délky vysílané předmětem, jehož teplota se měří. Selekcce se provádí buď barevným filtrem, nebo rozkladem světla pomocí optického hranolu.

Základní typy optických pyrometrů:

- a) s proměnným žhavením vlákna
- b) s optickým klínem
- c) s fotonkou

S typy a,b se měří tak, že se světlo vysílané měřeným tělesem srovnává se světlem žhaveného vlákna žárovky umístěné v přístroji. Je-li vlákno jasnější než světlo tělesa, jeví se obraz vlákna podle světlejší, je-li tomu obráceně, je tmavší. Nastaví-li se přístroj tak, že obraz vlákna zmizí, má světlo tělesa i vlákna v přístroji stejnou spektrální zářivost. U typu a) je mírou zjišťované teploty ta hodnota žhavicího proudu, při níž mizí obraz vlákna. U typu b) je žhavicí proud konstantní, změny poměru jasnosti obrazu měřeného tělesa a vlákna se zde dosahuje zeslabením světla (např. klínem šedého skla, irisovou clonkou, rotujícím segmentem, polarizací apod.)

4.21. Radiační pyrometry

Radiační pyrometry využívají k měření teploty celkovou zářivou energii. Tepelné záření se soustřeďuje kuželovým a sférickým zrcadlem na termoelektrický článek a toto napětí se měří indikačním přístrojem. Konstrukce radiačních pyrometrů se liší v provedení zaostřování energie, snímání i vyhodnocování.

Výhody:

možnost měření nízkých i neomezeně vysokých teplot, dobrá mechanická i tepelná odolnost.

Nevýhody:

vysoká nejistota odhadu nebo zjištění poměrné pohltivosti měřeného tělesa i prostředí mezi ním a teploměrem, nutnost optického kontaktu s měřeným tělesem, choulostivost na zacházení, vysoká cena (u přesnějších).

4.22. Normy a ostatní předpisy

Všeobecné normy:

- ČSN 01 0115 - Názvosloví v metrologii
- ČSN 01 1300 - Zákonné měřicí jednotky
- PNÚ 3201.0 - Schéma návaznosti měřidel teploty v jednotlivých rozsazích
- TPM 0051-93 - Stanovení nejistot při měřeních 1. a 2. díl
- TPM 3040-95 - Schéma návaznosti měřidel teploty

Skleněné teploměry

- I 3201 - Instrukce pro úřední ověřování skleněných etalonů skleněných teploměrů
- I 3216 - Instrukce pro úřední ověřování skleněných teploměrů
- ČSN 25 81xx - další návazné předpisy

Odporové teploměry

- ČSN IEC 751 - Průmyslové platinové odporové snímače teploty
- TPM 3340-94 - Platinové odporové teploměry - sekundární etalony, technické požadavky
- TPM 3341-94 - Platinové odporové teploměry - sekundární etalony, metody zkoušení při ověření

TPM 3342-94 - Platinové odporové teploměry, metody při ověřování a kalibraci

ČSN 25 83xx - další návazné předpisy

Termočlánky

TPM 3320-94 - Termoelektrické snímače teploty - sekundární etalony, technické požadavky

TPM 3321-94 - Termoelektrické snímače teploty -sekundární etalony, metody zkoušení.

TPM 3322-94 - Termoelektrické snímače Pyrometrie

I 3206 - Instrukce pro úřední ověřování teplotních žárovek

I 3221 - Instrukce pro úřední ověřování pyrometrů na celkové záření

S těmito základními normami souvisí též normy elektro (el. měřicí přístroje) ČSN 35 64xx.

5. METROLOGIE HMOTNOSTI

Mgr. Jaroslav Zůda (Český metrologický institut Brno)

5.1. Historie metrologie hmotnosti

Hmotnost patří společně s délkou a časem mezi první veličiny, které se člověk pokusil změřit. Pravděpodobně nejstarší etalony hmotnosti byly používány v Egyptě a dokonce Babyloňané již měli zavedený metrologický systém. V Římské říši byly hmotnostní veličiny používány též jako objemové, což později vyústilo v odlišnosti veličin mezi jednotlivými městy.

Systém měr a vah podobný současnému byl vytvořen ve Francii na konci 18. století. Kilogram byl odvozen od hmotnosti 1 dm³ vody o teplotě 4 °C. Taková definice není optimální, a tak při vyjednávání o mezinárodním systému jednotek bylo dohodnuto, že hmotnost bude definována pomocí daného prototypu.

V druhé polovině 19. století probíhala série jednání, jejichž cílem bylo zavedení mezinárodního systému jednotek. V rámci těchto jednání byla ze slitiny platiny a iridia vyrobena sada tří závaží ve tvaru válce o výšce rovné průměru podstavy. Po několika justážích bylo závaží s označením „KIII“ prohlášeno za vyvážené s archivním kilogramem. V roce 1889 na prvním zasedání Mezinárodní konference měr a vah (CGPM) bylo vyhlášeno mezinárodním prototypem kilogramu

V roce 1928 získala tehdejší Československá republika prototyp kilogramu č. 41 a v roce 1981 další s označením 65. Tehdy bylo hlavní pracoviště hmotnosti v Bratislavě. Po rozdělení společného státu tak zůstaly oba prototypy ve Slovenské republice. V roce 1999 získala již samostatná Česká republika prorotyp č. 67. Po provedení kontrolních měření byl v roce 2000 tento prototyp vyhlášen státním etalonem hmotnosti České republiky s hodnotou hmotnosti $1\text{ kg} + 0,165\text{ mg} \pm 0,004\text{ mg} (k = 1)$.

V roce 2010 proběhla pravidelná kalibrace v Mezinárodním úřadu pro míry a váhy, kdy byla určena nová hodnota hmotnosti prototypu $1\text{ kg} + 0,188\text{ mg} \pm 0,006\text{ mg} (k = 1)$.

5.2. Nová definice jednotky hmotnosti

Během posledního porovnání oficiálních kopií kilogramu a velkého množství státních etalonů v BIPM, které proběhlo v letech 1988 – 1992, se ukázalo, že hmotnost téměř všech prototypů vzrostla o téměř konstantní hodnotu. Rozborem všech údajů se zjistilo, že ve skutečnosti nejspíše klesla hmotnost mezinárodního prototypu. Od té doby se zintenzivnily práce na nové definici jednotky hmotnosti, která by již nebyla závislá na prototypu.

5.2.1. Projekt Avogadro

První projekt vedoucí k nové definici kilogramu vychází z Avogadrovy konstanty. V rámci projektu byly vyrobeny velmi přesné křemíkové koule z téměř čistého ^{28}Si , u kterých je nutné určit řadu parametrů, jako například mřížkový parametr, objem celé koule nebo množství nečistot v materiálu.

Hmotnost křemíkové koule se pak dá určit ze vztahu

$$M = \frac{M_{\text{Si}} V n}{N_A a^3}, \quad (5.1)$$

kde M_{Si} označuje molární hmotnost křemíku, V objem celé koule, n počet atomů v jedné buňce krystalu a a mřížkový parametr.

5.2.2. Výkonové váhy

Druhý projekt vedoucí k nové definici hmotnosti využívá porovnání mechanických a elektromagnetických sil. Po určitém sestavení vztahů lze dosáhnout vztahu

$$UI = mgv, \quad (5.2)$$

kde U , resp. I označují indukované napětí, resp. procházející proud, m hmotnost závaží, g tíhové zrychlení a v rychlost pohybu cívky. Na jedné straně tak je elektromagnetický výkon, na druhé mechanický, odtud tedy vyplývá označení tohoto druhu experimentů. Ve skutečnosti se výkon v žádné fázi experimentu přímo neměří.

Napětí a proud lze určit z kvantových etalonů napětí a odporu, v jejichž vztazích se vyskytuje Planckova konstanta, čímž dojde k jejímu svázání s jednotkou hmotnosti podle vztahu

$$m = \frac{h}{4gv} K_{J-90}^2 R_{K-90} UI \quad (5.3)$$

V tomto projektu ještě nebylo dosaženo nejistot potřebných pro zavedení nové definice tak, aby nedošlo k podstatným změnám při běžných kalibracích hmotnosti závaží. Nejbližší je prozatím experiment v laboratořích NIST (USA).

5.3. Měření hmotnosti ve vakuu

Oba projekty zmíněné v předchozí části předpokládají, že primární měření proběhne v podmínkách vakua. Naprostá většina měření probíhá ve vzduchu, a tak s vakuem není k dispozici dostatek zkušeností. V současnosti tak nabývají na významu hmotnostní komparátory, které práci ve vakuu umožňují.

Měření hmotnosti ve vakuu ve skutečnosti navíc přinese zcela odlišné výsledky od měření ve vzduchu, a to kvůli absenci vztlakových sil. Ve vakuu tak měříme skutečnou hmotnost závaží, ve vzduchu navíc redukovanou právě o vztlakovou sílu. Obecný vztah popisující porovnání dvou závaží má tvar

$$m_T = \left(\Delta m + m_R \frac{\rho_R - \rho_a}{\rho_R} \right) \frac{\rho_T}{\rho_T - \rho_a}, \quad (5.4)$$

kde index R , resp. T se vztahuje k referenčnímu, resp. neznámému závaží. Δm pak označuje naměřený rozdíl hmotností mezi závažími.

Přechod závaží do vakua může vyvolat změny v povrchu, a tak je nutné buď sledovat povrchové změny nebo již předem připravit závaží tak, aby se tyto změny neprojevily. Tímto se v současnosti zabývá řada projektů v laboratořích hmotnosti po celém světě. Cílem je zajistit připravenost všech laboratoří na novou definici hmotnosti.

5.4. Přenos jednotky hmotnosti na díly a násobky

V metrologické praxi je základním problémem přenos jednotky hmotnosti z platino-iridiového etalonu na pracovní závaží z nerezové oceli. Typická sada

pracovních závaží nejvyššího řádu je složena ze závaží o hmotnostech $(1;2;2;5) \times 10^n$ kg, kde n nabývá hodnot $[-6;1]$.

Přenos jednotky hmotnosti na díly probíhá obecně po jednotlivých dekádách. V rámci každé z nich probíhá stejná sada měření, kde se jako etalon použije závaží o hmotnosti 10×10^n kg pro dekádu n . Provádí se alespoň tolik měření, kolik je závaží v dané dekádě. Matematicky jde o řešení soustavy rovnic.

Z matematického pohledu je problém vyřešen například metodou nejmenších čtverců pro případ, kdy je počet měření vyšší než počet závaží, což je typický případ. Prakticky se ukazuje, že některé rovnice není možné použít, například z důvodu rizika poškození závaží nebo nedostatečného prostoru uvnitř komparátoru.

5.5. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] KŘÍŽ, I. Historie jednotky hmotnosti. Metrologie, 2010, č. 4 – tematická příloha, s. 3 – 5.
- [2] DAVIS, R. The SI unit of mass. Metrologia, December 2003, vol. 40, no. 6, s. 299 – 305.
- [3] ZŮDA, J. Přenos jednotky hmotnosti. Metrologie, 2010, č. 4 – tematická příloha, s. 17 – 18.

Centrum pro rozvoj výzkumu pokročilých řídicích a senzorických technologií
CZ.1.07/2.3.00/09.0031

Ústav automatizace a měřicí techniky
VUT v Brně
Kolejní 2906/4
612 00 Brno
Česká Republika

<http://www.crr.vutbr.cz>

info@crr.vutbr.cz